



**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

**FAKULTA STAVEBNÍ**

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

**ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY**

INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

**STATICKÁ ANALÝZA VÁLCOVÉ NÁDRŽE**

STATIC ANALYSIS OF THE CYLINDRICAL TANK

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

BACHELOR'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**

AUTHOR

Eva Kunčáková

**VEDOUCÍ PRÁCE**

SUPERVISOR

Ing. ZBYNĚK VLK, Ph.D.

**BRNO 2019**



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

## FAKULTA STAVEBNÍ

|                                |   |
|--------------------------------|---|
| <b>Studijní program</b>        | B3607 Stavební inženýrství                            |
| <b>Typ studijního programu</b> | Bakalářský studijní program s prezenční formou studia |
| <b>Studijní obor</b>           | 3647R013 Konstrukce a dopravní stavby                 |
| <b>Pracoviště</b>              | Ústav stavební mechaniky                              |

## ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

|                        |                                 |
|------------------------|---------------------------------|
| <b>Student</b>         | Eva Kunčáková                   |
| <b>Název</b>           | Statická analýza válcové nádrže |
| <b>Vedoucí práce</b>   | Ing. Zbyněk Vlk, Ph.D.          |
| <b>Datum zadání</b>    | 30. 11. 2018                    |
| <b>Datum odevzdání</b> | 24. 5. 2019                     |

V Brně dne 30. 11. 2018

---

prof. Ing. Drahomír Novák, DrSc.  
Vedoucí ústavu

---

prof. Ing. Miroslav Bajer, CSc.  
Děkan Fakulty stavební VUT

## PODKLADY A LITERATURA

Norma : ČSN EN 1991-1 - Eurokód 1

Bittnar Z., Šejnoha J. - Numerické metody mechaniky 1,2

Kadlčák J., Kytýr J. : Statika stavebních konstrukcí I a II

Manuály k systémům Dlubal RFEM, SCIA Engineer

## ZÁSADY PRO VYPRACOVÁNÍ

Cílem práce je statická analýza válcové nádrže. Bude proveden prostorový výpočtový model vybrané konstrukce, použité zatížení bude odpovídat platným normám. Modelování konstrukce i statická analýza konstrukce bude provedena ve vybraném programovém systému. Získané výsledky budou kontrolovány na zjednodušených modelech.

## STRUKTURA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

VŠKP vypracujte a rozčleňte podle dále uvedené struktury:

1. Textová část VŠKP zpracovaná podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (povinná součást VŠKP).
2. Přílohy textové části VŠKP zpracované podle Směrnice rektora "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací" a Směrnice děkana "Úprava, odevzdávání, zveřejňování a uchovávání vysokoškolských kvalifikačních prací na FAST VUT" (nepovinná součást VŠKP v případě, že přílohy nejsou součástí textové části VŠKP, ale textovou část doplňují).

---

Ing. Zbyněk Vlček, Ph.D.  
Vedoucí bakalářské práce

## ABSTRAKT

Tato práce se věnuje statické analýze válcové nádrže. Cílem práce je vytvořit výpočetní algoritmy v programu MATLAB, které budou provádět statickou analýzu na idealizovaných modelech válcové nádrže. Těmito modely jsou prutový model a model s plošnými prvky. Práce je rozdělena na několik částí. První část se věnuje zadání tvaru, materiálu a zatížení nádrže. Druhá část se věnuje prutovému modelu, kde jsou uvedeny základní informace o deformační metodě, modelu pro tento výpočet a jeho výpočtu. Další část se věnuje modelu s plošnými prvky, metodě konečných prvků a výpočtu touto metodou. V poslední části jsou uvedeny výsledky z jednotlivých výpočtů a jejich porovnání.

## KLÍČOVÁ SLOVA

statická analýza, válcová nádrž, silo, deformační metoda, metoda konečných prvků, MATLAB, RFEM, výpočetní algoritmus

## ABSTRACT

This bachelor thesis describes structural analysis of cylindrical tank. The goal of this thesis is creating a computational algorithm in a software called MATLAB, using which the structural analysis on idealized models of cylindrical tank is solved. These models are the rod model and the model with plane elements. This bachelor thesis is divided in several parts. Firstly, there is defined the structure, material and load of cylindrical tank. Second part is about rod model, stiffness method and the calculation using this method. Next part is about model with plane elements, finite element method and its calculation. In the last part, there are results from each part and their comparison.

## KEYWORDS

structural analysis, cylindric tank, silo, stiffness method, finite element method, MATLAB, RFEM, computational algorithm

## BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

Eva Kunčáková *Statická analýza válcové nádrže*. Brno, 2019. 74 s., 1 s. příl.

Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky. Vedoucí práce Ing. Zbyněk Vlk, Ph.D.

## PROHLÁŠENÍ O SHODĚ LISTINNÉ A ELEKTRONICKÉ FORMY ZÁVĚREČNÉ PRÁCE

Prohlašuji, že elektronická forma odevzdané bakalářské práce s názvem *Statická analýza válcové nádrže* je shodná s odevzdanou listinnou formou.

V Brně dne 18. 5. 2019

---

Eva Kunčáková  
autor práce

## PROHLÁŠENÍ O PŮVODNOSTI ZÁVĚREČNÉ PRÁCE

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci s názvem *Statická analýza válcové nádrže* zpracoval(a) samostatně a že jsem uvedl(a) všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 18. 5. 2019

---

Eva Kunčáková  
autor práce

## PODĚKOVÁNÍ

Ráda bych poděkovala vedoucímu bakalářské práce panu Ing. Zbyňku Vlkovi, Ph.D. za odborné vedení, konzultace, trpělivost a podnětné návrhy k práci. Dále děkuji své rodině za podporu během studia.

Brno .....

.....

podpis autorky

# Obsah

|   |           |
|---|-----------|
| Úvod  | 10        |
| <b>1 Zadání konstrukce</b>  | <b>11</b> |
| 1.1 Tvar a materiál konstrukce . . . . .                          | 11        |
| 1.2 Zatížení konstrukce . . . . .                                 | 12        |
| <b>2 Prutový model</b>  | <b>13</b> |
| 2.1 Princip obecné deformační metody . . . . .                    | 13        |
| 2.2 Postup výpočtu . . . . .                                      | 14        |
| 2.3 Model konstrukce pro prutový model . . . . .                  | 14        |
| 2.3.1 Zatížení modelu . . . . .                                   | 17        |
| 2.4 Analýza prutové soustavy . . . . .                            | 17        |
| 2.4.1 Analýza prutu . . . . .                                     | 18        |
| 2.4.2 Transformace do globálního souřadnicového systému . . . . . | 21        |
| 2.4.3 Analýza prutové soustavy . . . . .                          | 22        |
| 2.4.4 Řešení soustavy rovnic . . . . .                            | 24        |
| 2.4.5 Zpětný dopočet reakcí a vnitřních sil . . . . .             | 24        |
| <b>3 Model s plošnými prvky</b>                                   | <b>25</b> |
| 3.1 Princip metody konečných prvků . . . . .                      | 25        |
| 3.1.1 Typy konečných prvků . . . . .                              | 25        |
| 3.2 Postup výpočtu . . . . .                                      | 26        |
| 3.3 Model konstrukce pro model s plošnými prvky . . . . .         | 26        |
| 3.3.1 Zatížení modelu . . . . .                                   | 29        |
| 3.4 Analýza modelu s plošnými prvky . . . . .                     | 30        |
| 3.4.1 Analýza prvku . . . . .                                     | 30        |
| 3.4.2 Transformace do globálního souřadnicového systému . . . . . | 31        |
| 3.4.3 Analýza konstrukce . . . . .                                | 32        |
| 3.4.4 Výpočet složek tenzoru napětí . . . . .                     | 34        |
| <b>4 Výsledky a porovnání jednotlivých modelů</b>                 | <b>35</b> |
| 4.1 Výsledné deformace na prutovém modelu . . . . .               | 35        |
| 4.1.1 První zatěžovací stav . . . . .                             | 35        |
| 4.1.2 Druhý zatěžovací stav . . . . .                             | 39        |
| 4.2 Výsledné deformace na modelu s plošnými prvky . . . . .       | 42        |
| 4.2.1 První zatěžovací stav . . . . .                             | 42        |
| 4.2.2 Druhý zatěžovací stav . . . . .                             | 47        |
| 4.3 Porovnání se srovnávacími hodnotami . . . . .                 | 52        |



|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| 4.3.1    | Prutový model, první zatěžovací stav . . . . .          | 53        |
| 4.3.2    | Prutový model, druhý zatěžovací stav . . . . .          | 55        |
| 4.3.3    | Model s plošnými prvky, první zatěžovací stav . . . . . | 58        |
| 4.3.4    | Model s plošnými prvky, druhý zatěžovací stav . . . . . | 61        |
| 4.4      | Zhodnocení výsledků . . . . .                           | 65        |
| <b>5</b> | <b>Závěr</b>  | <b>67</b> |
|          | <b>Literatura</b>                                       | <b>69</b> |
|          | <b>Seznam příloh</b>                                    | <b>74</b> |
| <b>A</b> | <b>Obsah přiloženého CD</b>                             | <b>75</b> |

# Úvod

Tato práce se zabývá statickou analýzou válcové nádrže. Cílem práce je vytvořit výpočetní algoritmy v programu MATLAB, které budou provádět statickou analýzu na idealizovaných modelech válcové nádrže.

Pro ověření funkčnosti algoritmu bude prováděno srovnání výsledných deformací s modely vytvořenými ve výpočetním programu RFEM. Tyto modely budou odpovídat modelům jednotlivých metod.

Aby bylo možné provádět výpočet, je nutné nejdříve stanovit tvar, materiál a zatížení skutečné konstrukce, která bude později idealizována. Idealizace bude provedena dvěma způsoby.

Prvním idealizovaným modelem konstrukce bude prutový model. Bude potřeba zjednodušit nejen tvar konstrukce, ale také zatížení působící na tuto konstrukci. Idealizace modelu vede na řešení pomocí deformační metody. Aby bylo jasné, jakým způsobem má probíhat výpočet, bude v této práci stručně shrnut princip deformační metody. Z něj je možné sestavit postup výpočtu a provést samotný výpočet na prutovém modelu.

Druhým modelem v této práci bude model s plošnými prvky. I u něj bude třeba stanovit idealizovaný tvar a zatížení na konstrukci. Tento model vede na výpočet pomocí metody konečných prvků, takže bude část práce věnována principu této metody. Z něj bude opět získán postup výpočtu a bude možné výpočet provést.

V závěru práce bude provedeno vyhodnocení výsledků a jejich porovnání. Porovnání bude provedeno jak mezi modelovými výpočty v programu MATLAB a RFEM, tak mezi modelovými výpočty v programu MATLAB a srovnávacím modelem v programu RFEM.

# 1 Zadání konstrukce

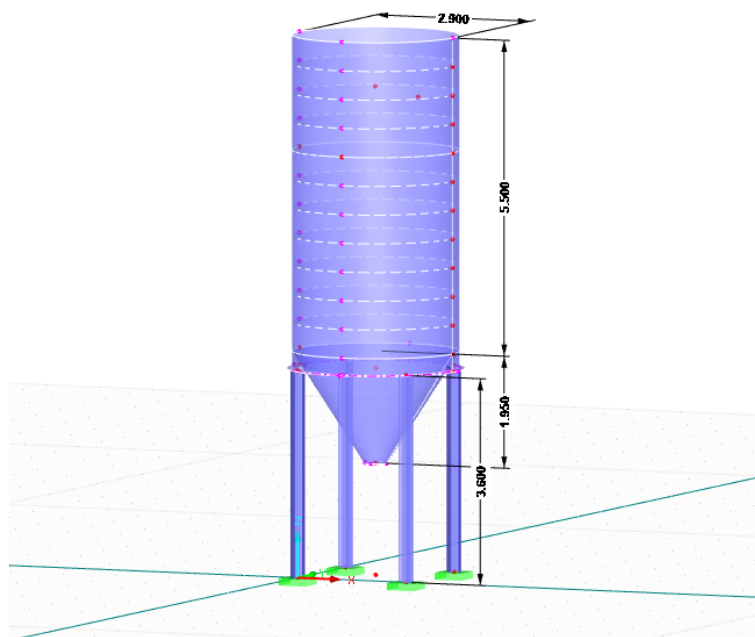
Jak již bylo řečeno v úvodu, tato práce se věnuje statické analýze válcové nádrže. V této kapitole je popsáno zadání konstrukce, její tvar, materiál a zatížení.

Konstrukce je zvolena tak, aby odpovídala rozměrům reálných nádrží.[9] Je však zjednodušená, protože účelem této práce je vytvoření výpočetního algoritmu, a ne návrh konstrukce.

## 1.1 Tvar a materiál konstrukce

Zadána je válcová nádrž sloužící jako zásobník na sypký materiál. Zásobník je nesen čtyřmi plnostěnnými nosníky o délce 3600 mm. Samotná nádrž má výšku 5500 mm a průměr 2900 mm, na spodní hraně je přidáno zúžení ve tvaru komolého kužele o poloměrech 2900 mm a 400 mm a výšce 1950 mm. Tloušťka stěny nádrže je 10 mm.

Další kapitoly se věnují pouze analýze vrchního 1 m nádrže. Ostatní části konstrukce zde nebudou řešeny. Celá konstrukce je však vidět na Obr. 1.1.



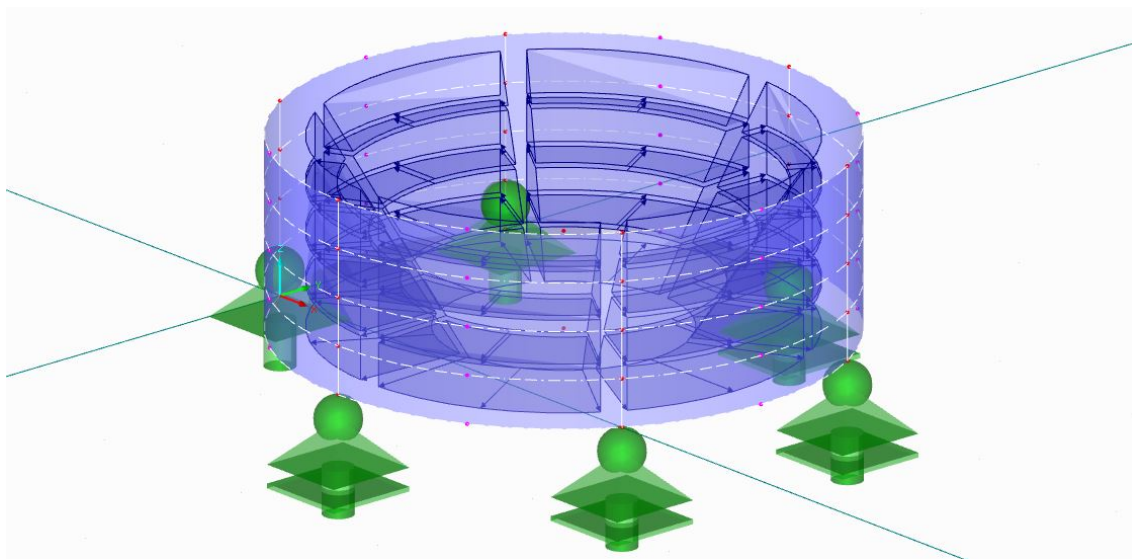
Obr. 1.1: Pohled na celou konstrukci

Na konstrukci je použita ocel s modulem pružnosti v tahu  $E = 210 \text{ GPa}$  a Poissonovým číslem  $\nu = 0,3$ . Z těchto hodnot je dopočítám modul pružnosti ve smyku  $G = \frac{E}{2(1+\nu)} = 80,77 \text{ GPa}$ .

## 1.2 Zatížení konstrukce

Stejně jako celá konstrukce je i zatížení pouze modelové. Pro potřeby této práce je zatížení definováno tak, aby simulovalo zatížení od materiálu uvnitř nádrže a zatížení vlastní tíhou je zde zanedbáno.

Při výpočtu je počítáno s plošným zatížením proměnným po výšce (dle osy  $z$ ). Velikost zatížení při horním okraji vyňaté části konstrukce je stanovena na  $0 \text{ kN/m}^2$  a u spodní hrany na  $100 \text{ kN/m}^2$ . Toto zatížení je vidět na obr. 1.2. U jednotlivých metod výpočtu je pak idealizováno tak, aby odpovídalo danému modelu konstrukce.



Obr. 1.2: Neidealizované zatížení na konstrukci

Obr. 1.2 představuje model, který je vytvořen v programu RFEM. Jeho deformace od daného zatížení slouží jako srovnávací výsledky deformací.

Je vytvořen tak, aby na něm bylo možné porovnat oba modely naráz. Obsahuje tedy 30 základních bodů, které odpovídají 12 uzlům z prutového modelu a 18 z modelu s plošnými prvky. Uzly pro prutový model se totiž neshodují s uzly na modelu s plošnými prvky. Uzly na prutovém modelu se nacházejí ve střednici pásu, kdežto u modelu s plošnými prvky pás ohraničují. Srovnávací model je podepřen stejně jako model s plošnými prvky.

## 2 Prutový model

Prvním použitým modelem bude model prutový. Sice jde o velké zjednodušení, ale poskytne náhled do fungování výpočetního algoritmu. K výpočtu tohoto modelu je využita deformační metoda, která počítá právě s prutovými modely.

### 2.1 Princip obecné deformační metody

Je možné rozlišit dvě deformační metody – obecnou a zjednodušenou. Obecná deformační metoda zanedbává velice malý vliv posouvajících sil na deformaci. Zjednodušená deformační metoda zanedbává kromě posouvajících sil také síly normálové a řeší pouze zakřivení soustavy od ohybových momentů.

Obecná deformační metoda uvažuje prutovou soustavu, která se po zatížení pružně deformuje a ustálí v rovnovážné poloze. Nezmění-li se její zatížení, nezmění se ani ustálený stav. Pokud je v rovnovážné poloze celá konstrukce, musí být v rovnováze i každý její prut a styčník. Pak je možné analyzovat každý prut zvlášť.

Při zatížení dochází u prutu k ohybu a tvar takové ohybové čáry je ovlivněn jak vnějším zatížením, tak pružnými deformacemi (pootočením a posunutím). Těmito deformacím odpovídají koncové síly tohoto prutu, které můžeme převést do styčnicků. V uvolněných tuhých styčnicích je pak možné sestavit v rovině tři statické podmínky rovnováhy :

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_z = 0 \quad \sum M_y = 0 \quad (2.1)$$

U kloubového připojení jsou sestavovány pouze první dvě.[5]

Z těchto podmínek dostaneme pro každý uzel tři koncové síly, v prostoru s příslušnými podmínkami rovnováhy šest –  $X, Y, Z, M_x, M_y, M_z$ . Pro každý prut je počet koncových sil dvojnásobný, protože každý prut má dva uzly. Označení těchto sil se uvádí v dolním indexu, kde první index značí, z jakého uzlu prut vychází a druhý do jakého vede. Zároveň je možné vytvořit vektor výsledných složek koncových sil, který tyto síly obsahuje:

$$\mathbf{R}_{ab} = \{X_{ab}, Y_{ab}, Z_{ab}, M_{x,ab}, M_{y,ab}, M_{z,ab}, X_{ba}, Y_{ba}, Z_{ba}, M_{x,ba}, M_{y,ba}, M_{z,ba}\}^T \quad (2.2)$$

Koncové síly se skládají z takzvaných primárních a sekundárních složek. Primární složka vzniká od vnějšího zatížení. Sekundární účinek vyjadřuje vliv pružných změn.

Složky primárního stavu se označují pruhem a určí se silovou metodou. Vzhledem k tomu, že se v této metodě používají jednotkové síly, je možné řešení tohoto nosníku parametrizovat. Proto není nutné provádět tento výpočet znovu, ale je možné využít známé vzorce z literatury.

Sekundární stav se značí stříškou a odpovídá vlivu pružných deformací. Je popsán jako součin vektoru parametrů deformace  $\mathbf{r}$  a matice tuhosti prutu  $\mathbf{k}$ .

Při využití principu superpozice primárních a sekundárních složek získáme výsledný vektor koncových sil[5]:

$$\mathbf{R} = \overline{\mathbf{R}} + \widehat{\mathbf{R}} = \overline{\mathbf{R}} + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} \quad (2.3)$$

## 2.2 Postup výpočtu

Výpočet deformační metodou je rozdělen na několik částí, které na sebe plynule navazují:

- vytvoření výpočtového modelu
- analýza prutu
  - vytvoření lokální matice tuhosti prutu  $\mathbf{k}^*$
  - vytvoření lokálního zatěžovacího vektoru prutu  $\mathbf{R}^*$
- transformace do globálních souřadnic
- analýza prutové soustavy
  - vytvoření globální matice tuhosti prutové soustavy  $\mathbf{K}$
  - vytvoření globálního zatěžovacího vektoru prutové soustavy  $\mathbf{F}$
- řešení soustavy rovnic  $\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} = \mathbf{F}$
- zpětný dopočet reakcí a vnitřních sil

## 2.3 Model konstrukce pro prutový model

Jak již bylo zmíněno, deformační metoda využívá k výpočtu prutový model. Proto je nutné zadanou konstrukci na tento model upravit. V této práci je zvoleno rozdělení vyňaté části o výšce 1 m na polovinu, tedy na 2x0,5 m. Kruhový průřez nádrže je nahrazen pravidelným šestiúhelníkem o délce strany 1,45 m. Z těchto rozměrů se vytvoří nosníky. Nosníky se definují střednicemi, díky kterým vznikne prutová soustava.

Model je tedy tvořen dvěma šestiúhelníky a 6 spojnicemi, které šestiúhelníky spojují ve vrcholech. Průřez prutů na šestiúhelníku je obdélníkový s průřezovými charakteristikami:

- $b = 0,01 \text{ m}$ ,
- $h = 0,50 \text{ m}$ ,
- $A = b \cdot h = 0,005 \text{ m}^2$ ,
- $I_y = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3 = 1,04 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$ ,
- $I_z = \frac{1}{12} \cdot h \cdot b^3 = 4,17 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4$ ,
- $I_t = \frac{A^4}{40(I_y + I_z)} = 1,50 \cdot 10^{-7} \text{ m}^4$ ,

kde  $b$  je šířka obdélníku,  $h$  je jeho výška,  $A$  je plocha obdélníku,  $I_y$  je moment setrvačnosti průřezu k ose  $y$ ,  $I_z$  je moment setrvačnosti průřezu k ose  $z$  a  $I_t$  je moment tuhosti v kroucení. Spojnice jsou imaginárním propojením šestiúhelníků. Proto nemají přesně definovaný tvar, ale pouze hodnoty některých průřezových charakteristik:

- $A = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$ ,
- $I_y = 1 \text{ m}^4$ ,
- $I_z = 1 \text{ m}^4$ ,
- $I_t = 1 \text{ m}^4$ .

Průřezové charakteristiky na spojnicích jsou zvoleny tak, aby konstrukci neztužily příliš, ale zároveň, aby nevyvolávaly přílišnou osovou poddajnost.

Každý vrchol má vlastní číslo, takže model obsahuje 12 uzlů. Dva uzly vytvoří prut, a pokud se podílí každý uzel na třech prutech, vznikne 18 prvků soustavy. Číslování uzlů není zcela náhodné. Matice tuhosti je symetrická a při vhodném očíslování dojde i ke vzniku pásové matice a tím ke zpřehlednění a zjednodušení výpočtu.

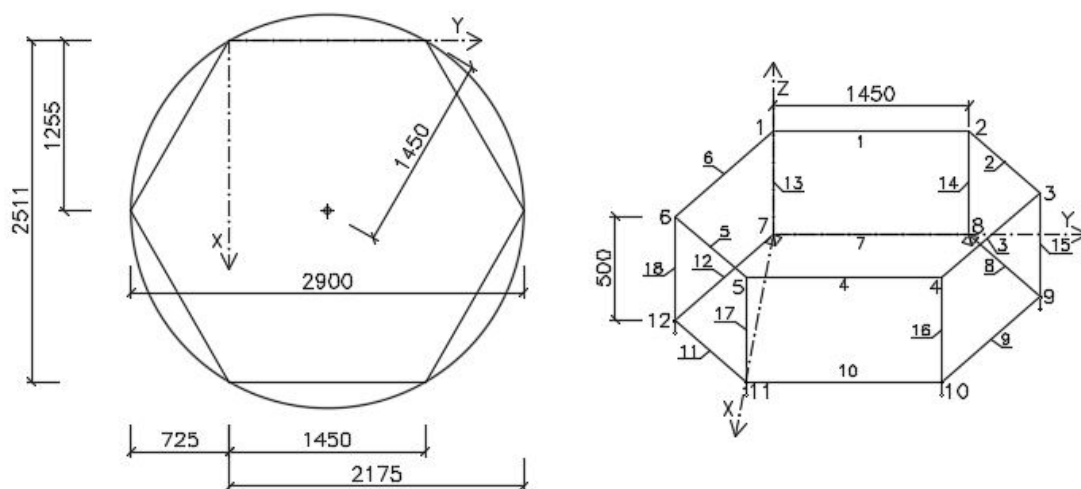
Vhodné číslování je takové, kdy je rozdíl čísel uzlů co nejmenší. V této práci je zvoleno číslování vodorovné, tedy nejdříve horní šestiúhelník a poté dolní. Matice tuhosti je pásová, ale je možné, že existuje ještě příznivější řešení.

Podepření je řešeno dvěma pevnými podporami, které brání posunu ve směrech os  $x$ ,  $y$  a  $z$ , umístěnými v uzlech 7 a 8, ty leží vedle sebe na spodním šestiúhelníku. Zbylé uzly na tomto šestiúhelníku jsou podepřeny pouze ve směru osy  $z$ . Pootočení není bráněno v žádném uzlu.

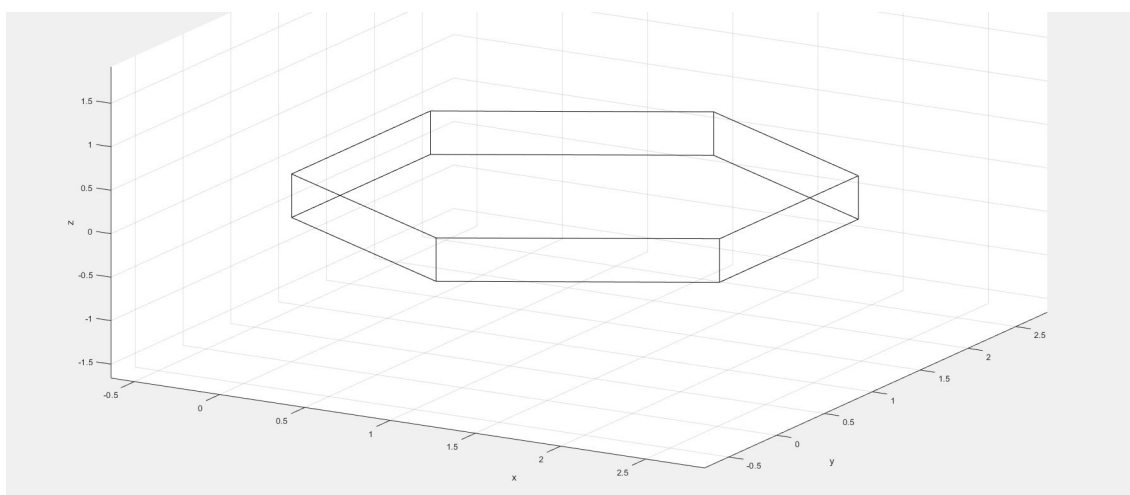
Jednotlivé pruty jsou řešeny jako oboustranně monoliticky podepřené a to z toho důvodu, že pás skutečné konstrukce působí jako celek.

Při výpočtu je používáno několik programů. Pro základní orientaci je využíván program AutoCAD. Poloruční výpočet se provádí v MATLABu a statická analýza soustavy pomocí softwaru je prováděna v programu RFEM. Aby byl výpočet možný, je nutné vytvořit v každém programu model konstrukce.

Podepření a základní geometrické uspořádání je vidět na obr. 2.1. Tvar modelu, který byl vytvořen v programu MATLAB ze zadaných parametrů, je vidět na obr. 2.2. Model vytvořený v programu RFEM je vidět na obr. 2.3

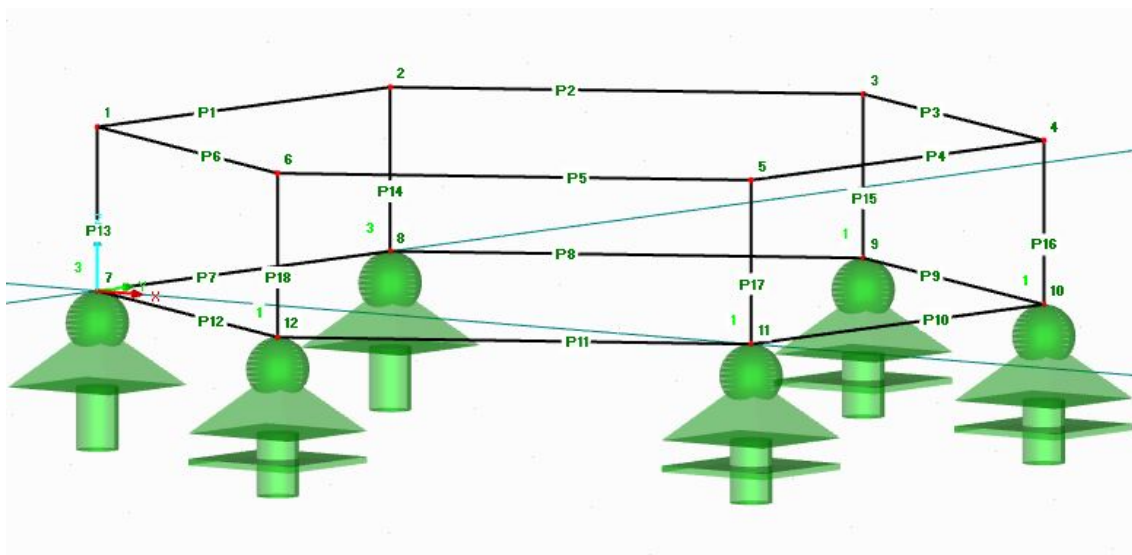


Obr. 2.1: Geometrické uspořádání prutového modelu



Obr. 2.2: Výpočtový model pro prutový model, MATLAB





Obr. 2.3: Výpočtový model pro prutový model, RFEM

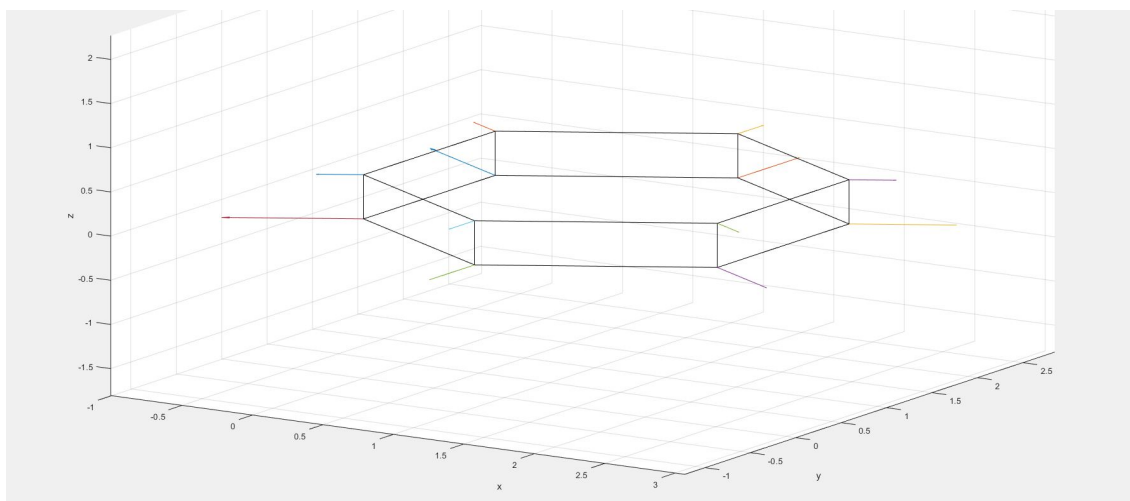
### 2.3.1 Zatížení modelu

V prutovém modelu je plošné zatížení převedeno na prutové, působící kolmo na osu prutu  $x^*$  v rovině  $x^*y^*$  a má hodnotu odpovídající střední hodnotě zatížení v pásu. Pro horní šestiúhelník je tedy plošné zatížení  $\frac{0+50}{2} \text{ kN/m}^2 \cdot 0,5 \text{ m} = 12,5 \text{ kN/m}$ , pro dolní šestiúhelník pak  $\frac{50+100}{2} \text{ kN/m}^2 \cdot 0,5 \text{ m} = 37,5 \text{ kN/m}$ . Toto zatížení odpovídá prvnímu zatěžovacímu stavu a je možné jej vidět na obr. 2.4. Na tomto obrázku je zatížení přepočítáno do uzlů, tento výpočet je proveden pomocí primárních účinků v části 2.4.1 Analýza prutu.

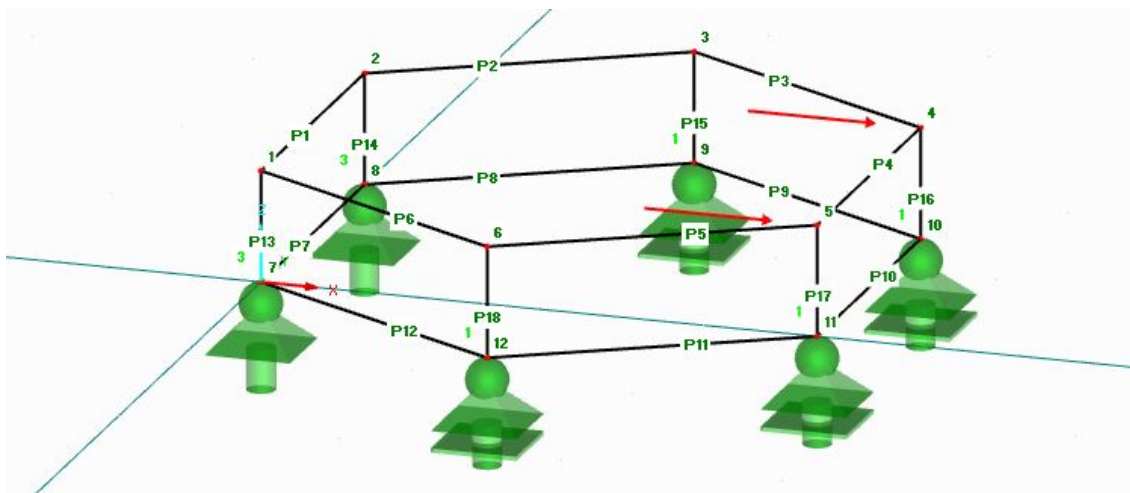
Aby bylo možné jednoduše zkontrolovat, zda model funguje správně, definuje se ještě druhý zatěžovací stav. V něm působí dvě síly o velikosti 100 kN v kladném směru osy  $x$ . Ty jsou umístěny v horním šestiúhelníku do dvou uzlů naproti pevným podporám, tedy do bodů 4 a 5 viz obr. 2.5. Deformační metoda i metoda konečných prvků je použita pro lineární výpočet, tedy předpokládá malé deformace. Tento zatěžovací stav vyvolává velké, nereálné deformace. Výpočet skutečných deformací od tohoto zatížení na této konstrukci není možné provádět podle teorie prvního řádu. Avšak pro ověření funkčnosti algoritmu to nevadí.

## 2.4 Analýza prutové soustavy

Tato část je věnována samotnému výpočtu. Ten je prováděn pomocí softwaru MATLAB od společnosti MathWorks. Tento program umožňuje zrychlení výpočtu,



Obr. 2.4: Idealizace plošného zatížení pro prutový model, ZS1 DM



Obr. 2.5: Druhý zatěžovací stav - silové zatížení, ZS2 DM

který by ručně zabral spoustu hodin. V tomto programu je také možné provádět vizualizace výpočtu, což vede ke značnému zpřehlednění.

### 2.4.1 Analýza prutu

Poloha prutu je v prostoru jednoznačně určena třemi body. Každý z nich má tři souřadnice  $x$ ,  $y$  a  $z$  náležející globálnímu systému. Pro zjednodušení výpočtu se zavádí lokální systém, kde dva body ležící na střednici, jsou dříve zmíněné styčníky

konstrukce a definují lokální osu  $x^*$  (\* značí lokální souřadnicový systém). Třetí bod leží na ose  $z^*$ . Pomocí těchto bodů je možné určit i osu  $y^*$ , která je na tyto osy kolmá. Styčnickové body označíme  $a$  a  $b$ , třetí bod  $c$ . [5]

Výpočet v lokálním souřadnicovém systému umožňuje provést naráz analýzu stejných prutů lišících se pouze umístěním v prostoru. Jejich hledané veličiny se v lokálním systému neliší.

Při analýze prutu jsou hledanými veličinami matice tuhosti  $\mathbf{k}^*$ , vektor parametrů deformace  $\mathbf{r}^*$  a zatěžovací vektor  $\mathbf{F}$ .

### Matice tuhosti $\mathbf{k}^*$

Matice tuhosti prutu ukazuje jakým způsobem prut reaguje na deformaci. Pro oboustranně monoliticky připojený prizmatický prut v prostoru má matice tuhosti obecný tvar jako v rovnici 2.4. [5]

Vzhledem k využívaným konstantám, je možné odvodit, že všechny vodorovné pruty mají stejnou matici tuhosti. Pokud by došlo k řešení v globálním souřadnicovém systému, musel by být každý prvek přenásoben o hodnotu sinu či cosinu a příslušného úhlu, o který je prut natočen vůči globálním osám. Řešení by bylo zdoluhavější, protože by se pro každý prut tvořila vlastní matice tuhosti. Při využití lokálního souřadnicového systému je nutné vypočítat pouze jednu matici pro vodorovné pruty a jednu pro svislé.

$$\mathbf{k}_{ab}^* = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{l^2} & 0 & -\frac{12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{l^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3} & 0 & -\frac{6EI_y}{l^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{l^3} & 0 & -\frac{6EI_y}{l^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GI_t}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_t}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{l^2} & 0 & \frac{4EI_y}{l} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 & \frac{2EI_y}{l} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{l} & 0 & -\frac{6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{l} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{l^2} & 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{l^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{l^3} & 0 & -\frac{6EI_y}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_y}{l^3} & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_t}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GI_t}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{l^2} & 0 & \frac{2EI_y}{l} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{l^2} & 0 & \frac{4EI_y}{l} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{l} & 0 & -\frac{6EI_z}{l^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{l} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

## Vektor parametrů deformace $\mathbf{r}^*$

Tento vektor zobrazuje neznámé deformace v konstrukci. A na jeho velikosti závisí počet neznámých v soustavě rovnic. Je možné ho zapsat ve zkrácené a nezkrácené podobě. Zkrácená podoba zahrnuje okrajové podmínky tak, že zde jsou vynechána přetvoření, která se rovnají nule. V nezkrácené podobě se nulové hodnoty píšou. Například pro prut tvořený uzly 7 a 8 by měl tento vektor tvar [5]:

$$\begin{aligned}\mathbf{r}_{7,8} &= \{u_7, v_7, w_7, \varphi_{x,7}, \varphi_{y,7}, \varphi_{z,7}, u_8, v_8, w_8, \varphi_{x,8}, \varphi_{y,8}, \varphi_{z,8}\}^T \\ &= \{0, 0, 0, \varphi_{x,7}, \varphi_{y,7}, \varphi_{z,7}, 0, 0, 0, \varphi_{x,8}, \varphi_{y,8}, \varphi_{z,8}\}^T,\end{aligned}\quad (2.5)$$

do zkrácené podoby se vektor přepíše tak, že se nulové hodnoty deformací vynechají. Tvar zkráceného vektoru pak vypadá:

$$\mathbf{r}_{7,8} = \{\varphi_{x,7}, \varphi_{y,7}, \varphi_{z,7}, \varphi_{x,8}, \varphi_{y,8}, \varphi_{z,8}\}^T. \quad (2.6)$$

Při výpočtu na papíře je vhodné použít zkrácený tvar, aby bylo co nejméně neznámých. Ovšem při výpočtu, kde soustavu rovnic řeší počítač a počet neznámých je relativně nízký, není nutné jejich počet příliš snižovat. Nezkrácený tvar zjednodušuje algoritmizaci a jednodušeji se upravuje výpočet při změně zatížení či uložení.

## Zatěžovací vektor $\mathbf{F}$

Vektor  $\mathbf{F}$  je tvořen z vektoru uzlových zatížení  $\mathbf{S}$  a vektoru primárních deformací  $\overline{\mathbf{R}}$ .

$$\mathbf{F} = \mathbf{S} - \overline{\mathbf{R}} \quad (2.7)$$

Primární vektor je převzat z literatury, pro oboustranně monoliticky připojený prizmatický prut v prostoru má tvar:

$$\begin{aligned}\overline{\mathbf{R}}_{ab}^* &= \left\{-\frac{1}{2}nl, -\frac{1}{2}q_y l, -\frac{1}{2}q_z l, -\frac{1}{2}m_x l, \frac{1}{12}q_z l^2, -\frac{1}{12}q_y l^2, \right. \\ &\quad \left. -\frac{1}{2}nl, -\frac{1}{2}q_y l, -\frac{1}{2}q_z l, -\frac{1}{2}m_x l, \frac{1}{12}q_z l^2, \frac{1}{12}q_y l^2\right\}^T,\end{aligned}\quad (2.8)$$

kde  $n$  je zatížení působící v ose  $x^*$ ,  $q_y$  působí kolmo na osu prutu  $x^*$  v rovině  $x^*y^*$ ,  $q_z$  působí kolmo na osu prutu  $x^*$  v rovině  $x^*z^*$ ,  $m_x$  je spojitý kroutící moment otáčející kolem osy  $x^*$  a  $l$  je délka prutu.[5]

Uzlový vektor  $\mathbf{S}$  má tvar:

$$\mathbf{S}_{ab} = \{F_{x,a}, F_{y,a}, F_{z,a}, M_{x,a}, M_{y,a}, M_{z,a}, F_{x,b}, F_{y,b}, F_{z,b}, M_{x,b}, M_{y,b}, M_{z,b}\}^T. \quad (2.9)$$

Hodnota zatížení se umístí na příslušné místo vzhledem k účinkům a místu působení. Kladné znaménko odpovídá kladným směrům os.[5]

Je-li konstrukce zatěžována idealizovaný plošným zatížením, je vektor  $\bar{\mathbf{R}}^*$  nenulový, zatímco vektor  $\mathbf{S}$  nulový je. V případě uzlového zatížení silami je situace přesně obrácená.

## 2.4.2 Transformace do globálního souřadnicového systému

Jakmile je vyřešena analýza jednotlivých prutů, je možné transformovat jednotlivé veličiny. To znamená, že účinky z lokálního systému jsou převedeny do globálního souřadnicového systému. To je nutné k tomu, aby se mohla celá konstrukce řešit dohromady.

Transformace se provádí pomocí transformačních matic. Prostorová transformační matice  $\mathbf{T}_{ab}$  je čtvercová o velikosti 12x12. Na diagonále má submatice  $\mathbf{t}_{ab}$ . V těchto submaticích vystupují cosiny úhlů, které znázorňují odklon lokálních os od os globálních.

V literatuře je uvedeno: „Globální osa  $x$  svírá s lokálními osami  $x^*$ ,  $y^*$ ,  $z^*$  úhly  $\alpha_i$  ( $i=1,2,3$ ), obdobně globální osa  $y$  úhly  $\beta_i$  a globální osa  $z$  úhly  $\gamma_i$ . Zavedme pro jejich směrové kosiny jednoduché označení

$$a_i = \cos \alpha_i, \quad b_i = \cos \beta_i, \quad c_i = \cos \gamma_i \quad (i = 1, 2, 3), \quad (2.10)$$

přičemž platí  $a_i^2 + b_i^2 + c_i^2 = 1$ .“ [5] Submatice  $\mathbf{t}_{ab}$  pak vypadá:

$$\mathbf{t}_{ab} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix}. \quad (2.11)$$

Výsledná transformační matice  $\mathbf{T}_{ab}$  má tvar:

$$\mathbf{T}_{ab} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_{ab} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{t}_{ab} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{t}_{ab} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{t}_{ab} \end{bmatrix}, \quad (2.12)$$

kde  $\mathbf{0}$  je nulová submatice třetího řádu.

Výpočet směrových kosinů  $a_i, b_i$  a  $c_i$  je uveden v knize *Statika stavebních konstrukcí II*[5]. Stejně tak jsou zde uvedeny převodní maticové vztahy:

$$\mathbf{r}_{ab} = \mathbf{T}_{ab}^T \mathbf{r}_{ab}^*, \quad \bar{\mathbf{R}}_{ab} = \mathbf{T}_{ab}^T \bar{\mathbf{R}}_{ab}^*, \quad \mathbf{k}_{ab} = \mathbf{T}_{ab}^T \mathbf{k}_{ab}^* \mathbf{T}_{ab}. \quad (2.13)$$

V MATLABu vypadá transformační matice jako ve výpisu 2.1.

```

%% Transformační matice T
for i=[1:18]
t=[abc1(i,souradnice.x) abc1(i,souradnice.y) abc1(i,souradnice.z);
abc2(i,souradnice.x) abc2(i,souradnice.y) abc2(i,souradnice.z);
abc3(i,souradnice.x) abc3(i,souradnice.y) abc3(i,souradnice.z)];

O=zeros(3);

T=[t 0 0 0;
0 t 0 0;
0 0 t 0;
0 0 0 t];

MT(1:12,1:12,i)=T; % Transformační matice pro každý prvek

MTt(1:12,1:12,i)=T'; % Transponovaná transformační matice pro každý prvek
end

```

Výpis 2.1: Transformační matice prutového modelu

### 2.4.3 Analýza prutové soustavy

Po transformaci do globálního souřadnicového systému, je možné přejít na analýzu prutové soustavy. Je nutné sestavit globální matici tuhosti  $\mathbf{K}$ , vektor parametrů deformace  $\mathbf{r}$  a zatěžovací vektor celé prutové soustavy  $\mathbf{F}$ .

Protože jeden styčník může být spojen s více pruty a tím pádem je jimi ovlivněn, nelze prutové matice pouze „poskládat“ za sebe. Je nutné složit matice tak, aby v nich bylo zohledněno vzájemné působení styčníků a prutů.

Jde o to vložit jednotlivé hodnoty z prutových matic na správná místa celkových matic. Ty jsou složeny z jednotlivých styčníků od prvního po n-tý a v těchto styčnících je umístění  $u, v, w, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ , případně  $X, Y, Z, M_x, M_y, M_z$ . Platí to jak pro řádky, tak pro sloupce. Matice je tedy opět čtvercová. Vyskytuje-li se nějaký prvek ve více maticích prutů, jednotlivé hodnoty se sečtou a umístí se na dané místo do celkové matice.

Výpis 2.2 ukazuje, jak v MATLABu vypadá vytvořená globální matice tuhosti.

```

KG=[S1 X12 0 0 0 X16 X17 0 0 0 0 0;
X21 S2 X23 0 0 0 0 X28 0 0 0 0;
0 X32 S3 X34 0 0 0 0 X39 0 0 0;
0 0 X43 S4 X45 0 0 0 0 X410 0 0;
0 0 0 X54 S5 X56 0 0 0 0 X511 0;
X61 0 0 0 X65 S6 0 0 0 0 0 X612;
X71 0 0 0 0 0 S7 X78 0 0 0 X712;
0 X82 0 0 0 0 X87 S8 X89 0 0 0;
0 0 X93 0 0 0 0 X98 S9 X910 0 0;
0 0 0 X104 0 0 0 0 X109 S10 X1011 0;
0 0 0 0 X115 0 0 0 X1110 S11 X1112;
0 0 0 0 0 X126 X127 0 0 0 X1211 S12];

```

Výpis 2.2: Globální matice tuhosti prutového modelu

Je možné si všimnout, že se sčítají pouze hodnoty submatic na hlavní diagonále matice. Tyto submatice vzniknou rozdělením lokální matice tuhosti na 4 stejně velké submatice.

Stejným způsobem se vytvoří také vektor parametrů deformace a zatěžovací vektor. Je možné opět zahrnout okrajové podmínky (vytvořit zkrácenou podobu) a příslušné řádky a sloupce vynulovat - dosadit nulu za všechny prvky. Pak se všechny matice zmenší a tím bude mít i soustava rovnic menší počet neznámých.

Pokud se okrajové podmínky nezahrnou již při tvorbě matic a vytvoří se nezkrácená podoba, je nutné okrajové podmínky zohlednit jinak. Možným způsobem je vynásobení prvků příslušných veličin na diagonále řádově vyšší hodnotou, která způsobí, že výsledná hodnota bude velmi blízká nule.

Okrajové podmínky jsou ve výpočtu zahrnuty dle výpisu 2.3, kde prvek PXYZ znázorňuje submatici danou ve výpisu 2.4. Vytvoří se matice ( $OKR$ ), která obsahuje samé jedničky, jenom v místě podpor je vložena konstanta  $W$ . Rovnice  $KGO = KG * OKR$  znamená, že je matice  $KG$  skalárně vynásobena rovnicí  $OKR$ . Díky skalárnímu násobení se všechny prvky matice  $KG$  přenásobí prvky na stejném místě z matice  $OKR$  a tím dojde k vynásobení podepřených prvků konstantou  $W$ .

```
% Celkova matice okrajovych podminek

OKR=[P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111; %1
      P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111; %2
      P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111; %3
      P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111; %4
      P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111; %5
      P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111; %6
      P111 P111 P111 P111 P111 P111 PXYZ P111 P111 P111 P111 P111; %7
      P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 PXYZ P111 P111 P111 P111; %8
      P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P11Z P111 P111 P111; %9
      P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P11Z P111 P111; %10
      P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P11Z P111; %11
      P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P111 P11Z]; %12

KGO=KG.*OKR;
```

Výpis 2.3: Okrajové podmínky prutového modelu

```
% Submatice obsahující okrajovou podminku ve smeru X, Y, Z

W=10e6
PXYZ = [W 1 1 1 1 1;
        1 W 1 1 1 1;
        1 1 W 1 1 1;
        1 1 1 1 1 1;
        1 1 1 1 1 1;
        1 1 1 1 1 1];
```

Výpis 2.4: Submatice PXYZ

Ve výpisu 2.4 je možné vidět, že prvky na hlavní diagonále, pro směry  $x$ ,  $y$  a  $z$  jsou konstantou a tím dojde k „podepření“ právě v těchto směrech.

## 2.4.4 Řešení soustavy rovnic

Jakmile je vytvořena matice tuhosti, vektor parametrů deformace a zatěžovací vektor, je možné řešit soustavu rovnic

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} = \mathbf{F}. \quad (2.14)$$

Je to soustava rovnic o počtu neznámých odpovídajících velikosti vektoru  $\mathbf{r}$ . Má-li soustava dostatečně málo neznámých, je možné ji řešit jednoduchými způsoby například vyjádřením z rovnice a dosazením do další. Při větším počtu neznámých je možné rovnici upravit do tvaru:

$$\mathbf{r} = \mathbf{K}^{-1} \cdot \mathbf{F}, \quad (2.15)$$

kde po vytvoření inverzní matice  $\mathbf{K}$  jsou výsledné deformace ihned vypočteny. Toto řešení je možné, ale pro velké soustavy rovnic je vytvoření inverzní matice časově velmi náročné.

Ve výpočtových programech je umožněno řešit soustavu rovnic zabudovanými funkcemi, které většinou nepoužívají k výpočtu inverzní matice, ale jiné metody.

## 2.4.5 Zpětný dopočet reakcí a vnitřních sil

V předchozí části byla vypočítána soustava rovnic, ve které došlo k vypočtení vektoru deformací  $\mathbf{r}$ . Tento vektor je zobrazen pro celou prutovou soustavu v globálním souřadnicovém systému. Je nutné jej rozdělit na jednotlivé pruty, dosadit do rovnice 2.3, ze které se vypočítají globální koncové síly pro jednotlivé pruty. Ty je možné pomocí upravených rovnic 2.13 převést na lokální.

Vnitřní síly je možné vykreslit díky koncovým silám. Většinou je jednodušší vykreslení pomocí lokálních koncových sil a poté pouze spojení konstrukce dohromady. Je nutné při vykreslování vnitřních sil nezapomenout na původní zatížení soustavy.

V této práci je cílem porovnání mezi metodami a to je nejjednodušší za použití výsledného parametru deformací. Z toho důvodu již při výpočtu nedochází ke zpětnému převedení deformací na koncové ani vnitřní síly.



## 3 Model s plošnými prvky

Druhým modelem použitým v této práci je model, který je složen z plošných prvků - trojúhelníků. Metoda, kterou je možné takový model spočítat, se nazývá metoda konečných prvků.

### 3.1 Princip metody konečných prvků

Tato metoda se zakládá na Lagrangeovu principu minima celkové potenciální energie, který je v literatuře [1] definován následovně: „Ze všech možných deformačních stavů tělesa, které neporušují jeho spojitost a respektují okrajové podmínky, nastane právě ten, při kterém je potenciální energie systému minimální“.

Danou definici je možné zapsat rovnicí:

$$\Pi = \Pi_e + \Pi_i = \min. \quad (3.1)$$

Snahou je najít takový funkcionál, kde bude hledaná funkce nabývat minimálních hodnot. Pokud je funkcionálem  $\Pi$  a hledanou funkcí  $f$  je možné rovnici 3.1 upravit do podoby:

$$\frac{\delta \Pi}{\delta f} = 0, \quad (3.2)$$

která se používá například v Ritzově metodě. Tam představuje funkce  $f$  aproximační funkci odpovídající hledané deformaci konstrukce, například funkci průhybu. Nevýhodou této metody je, že při jakékoliv změně výpočetního modelu je nutné hledat novou aproximační funkci.

Tuto nevýhodu potlačuje metoda konečných prvků. Ta využívá toho, že je potenciální energie skalární veličina a ne vektor. Skalární veličiny je totiž možné řešit odděleně a následně výsledky sečíst. To vede k rozdělení konstrukce na konečný počet malých prvků, u kterých již aproximační funkce známe.[1]

Pro řešení v této práci bude rovnice 3.2 dále upravena na deformační variantu metody konečných prvků 3.3. Stejnou rovnici používá také deformační metoda. 2.14

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} = \mathbf{F} \quad (3.3)$$

#### 3.1.1 Typy konečných prvků

K výpočtu je nutné rozdělit konstrukci na menší díly, které se budou jednodušeji počítat. Nejpoužívanějšími prvky dle literatury [4] jsou:

- příhradové prvky o 2 uzlech a 3 stupních volnosti v každém uzlu,
- prutové prvky o 2 uzlech a 6 stupních volnosti v každém uzlu,

- skořepinové prvky se 4 uzly a 6 stupních volnosti v každém uzlu,
- prostorové prvky s 8 uzly a 3 stupni volnosti v každém uzlu.

Je možné také používat izoparametrické prvky, které velmi pomohou při složitějších tvarech. Izoparametrické prvky se počítají v lokální souřadnicové soustavě, která pracuje s přirozenými souřadnicemi  $r, s$  a je možné zde vytvořit jednoduché tvary, které se následnou transformací převedou na původní, složitější.

Mezi izoparametrické prvky patří prutový, trojuzlový a čtyřuzlový prvek. Prutový a čtyřuzlový prvek patří mezi nejpoužívanější. Trojuzlový prvek je velmi tuhý a při řešení pomocí těchto prvků dochází k velkým odchylkám od skutečných deformací.[4]

I přes nevýhody je k výpočtu zvolen, pro jeho jednoduchost, trojúhelníkový prvek.

## 3.2 Postup výpočtu

Přesto, že obě metody používají k výpočtu rovnici  $\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} = \mathbf{F}$ , je zde několik rozdílů, které výpočet ztěžují[3]:

- vytvoření modelu s plošnými prvky
  - volba počtu a typu konečných prvků
  - volba neznámých uzlových parametrů
- analýza prvku
  - volba aproximační funkce pro složky vektoru posunutí
  - převod pole posunutí, deformací a napětí na neznámé uzlové parametry
  - volba řídicího variačního principu (Langrange)
  - vytvoření lokální matice tuhosti prvku  $\mathbf{k}^*$
  - vytvoření lokálního zatěžovacího vektoru prvku  $\mathbf{R}^*$
- transformace do globálních souřadnic
- analýza konstrukce
  - vytvoření globální matice tuhosti konstrukce  $\mathbf{K}$
  - vytvoření globálního zatěžovacího vektoru konstrukce  $\mathbf{F}$
- řešení soustavy rovnic  $\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} = \mathbf{F}$
- výpočet složek tenzoru napětí

Tato práce, se stejně jako u prutového modelu, již nevěnuje výpočtu složek tenzoru napětí. Pro potřeby této práce stačí výsledný vektor deformací  $\mathbf{r}$ .

## 3.3 Model konstrukce pro model s plošnými prvky

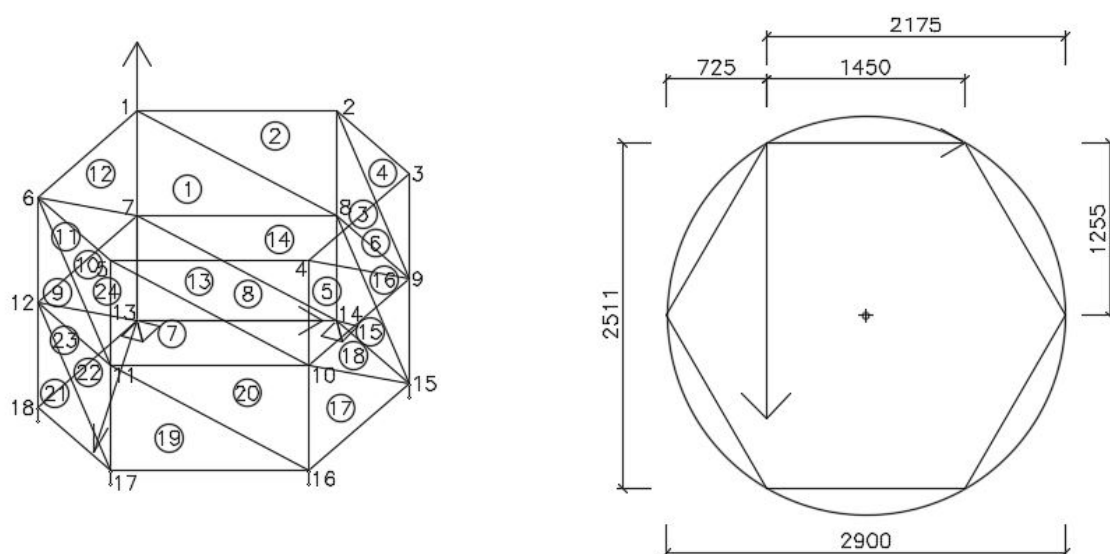
Stejně jako pro prutový model je nutné i pro model s plošnými prvky sestavit modely pro jednotlivé výpočetní programy.

Válcová nádrž je tvořena válcovou plochou, tuto plochu je nutné rozdělit na konečné množství prvků. To je provedeno stejným dělením jako u prutového modelu, tedy na pásy o výšce 0,5 m. Tyto kruhové pásy jsou opět převedeny na šestiúhelníky o délce strany 1,45 m. Každá strana šestiúhelníku je rozdělena na dva pravoúhlé trojúhelníky.

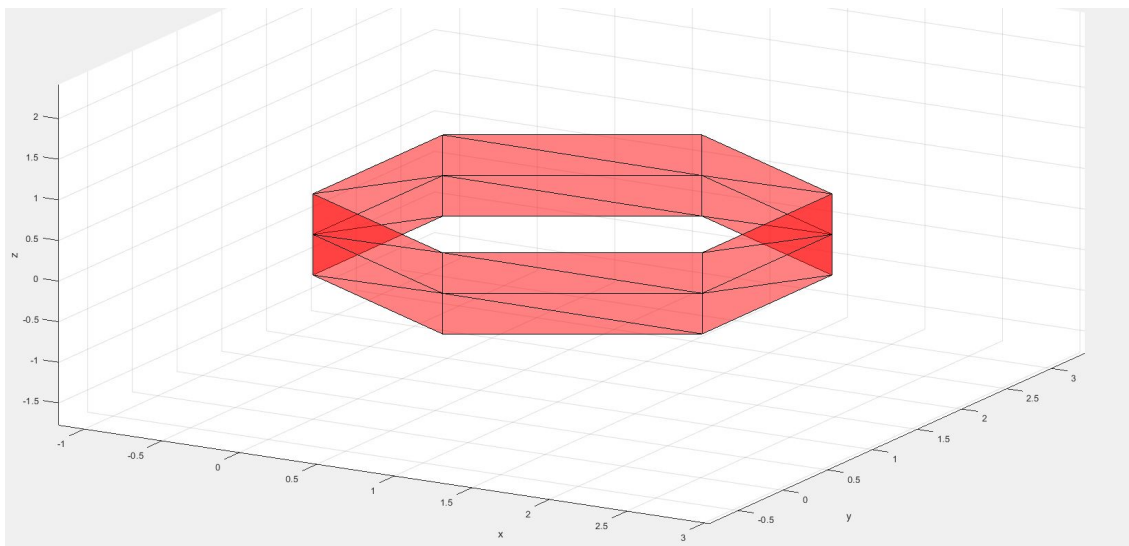
V tomto modelu vzniká 18 uzlů a 24 prvků. Očíslování vrcholů bylo opět provedeno vodorovně. V tomto modelu je také nutné zabývat se rozmístěním jednotlivých prvků. To znamená, co nejlépe vybrat jaké uzly budou tvořit jednotlivé prvky. Výsledné řešení vypadá tak, aby odpovídalo síti prvků vytvořené v programu RFEM a mohla se zkontrolovat globální matice tuhosti konstrukce. Při odlišném modelu by to nebylo možné a chyby by se tak hledaly hůře.

Pro výpočet jsou zvoleny skořepinové trojúhelníkové prvky. Ačkoliv tyto prvky nezajišťují nejspolehlivější výsledky, jsou pro poloruční výpočet nejvhodnější.

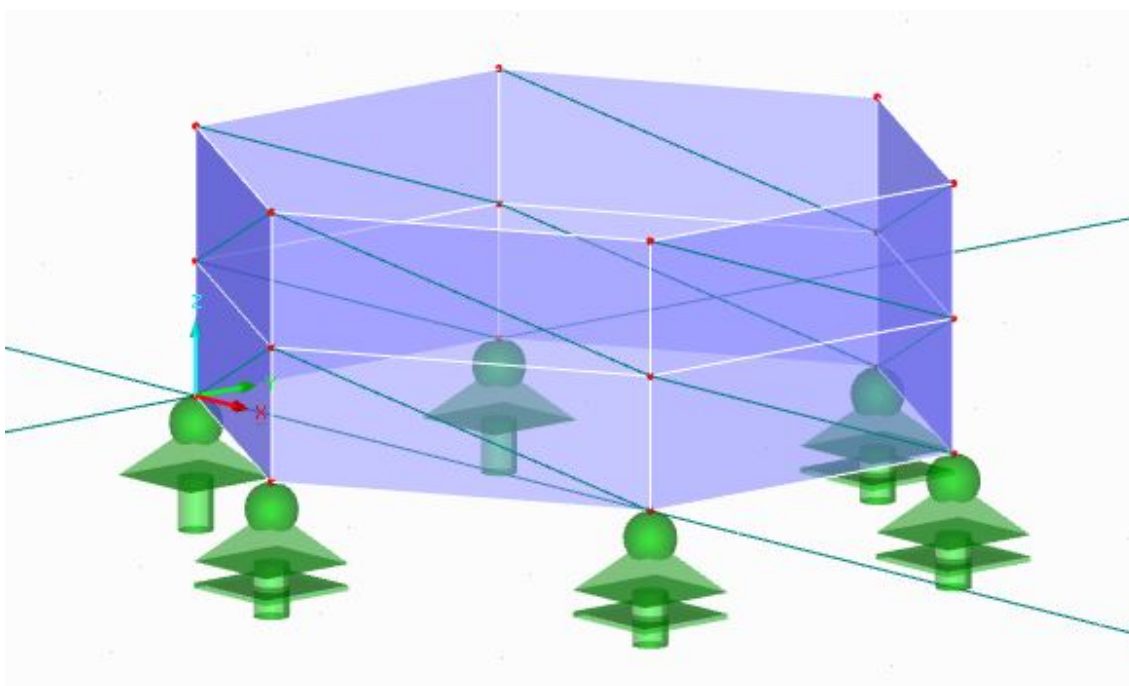
Model konstrukce s označenými prvky je možné vidět na obr. 3.1. Model konstrukce vytvořený v programu MATLAB je na obr. 3.2 a model vytvořený v programu RFEM je na obr. 3.3



Obr. 3.1: Geometrické uspořádání modelu s plošnými prvky



Obr. 3.2: Výpočtový model pro model s plošnými prvky, MATLAB



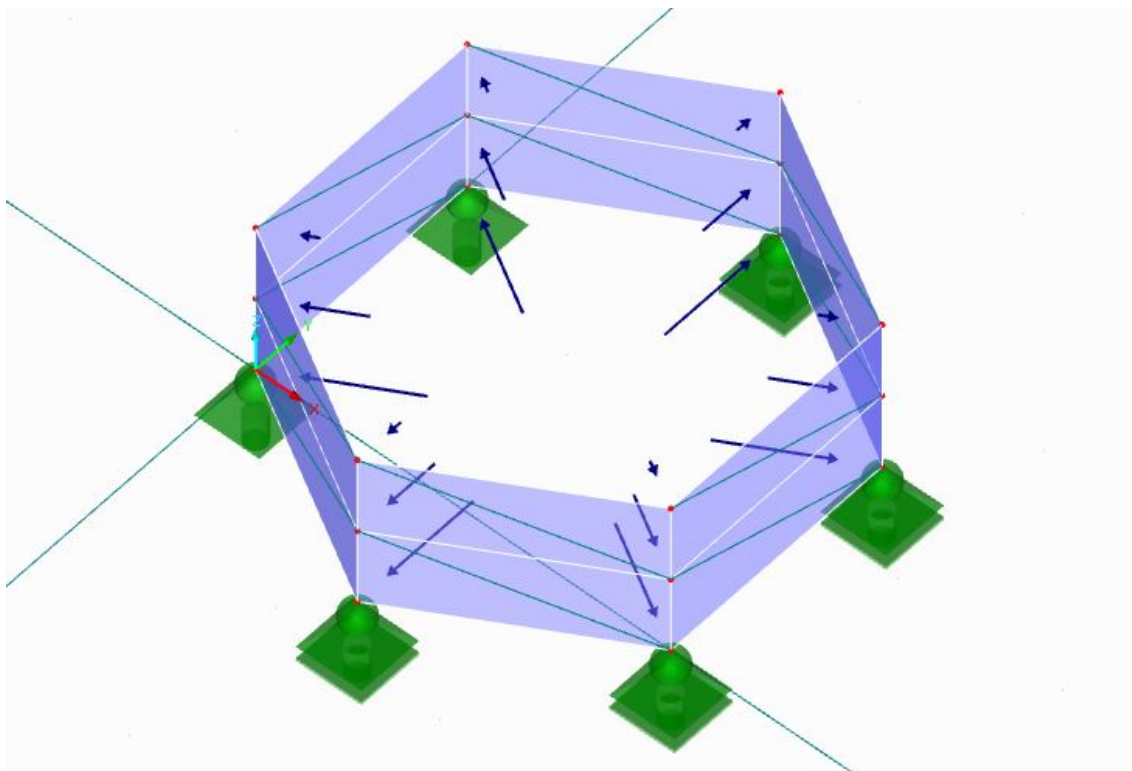
Obr. 3.3: Výpočtový model pro model s plošnými prvky, RFEM

Metoda konečných prvků nepoužívá k odvození matice tuhosti průřezové charakteristiky. Používá pouze materiálové charakteristiky, které jsou definovány již v kapitole 1.1 Tvar a materiál konstrukce. Proto není nutné je zde znovu uvádět.

### 3.3.1 Zatížení modelu

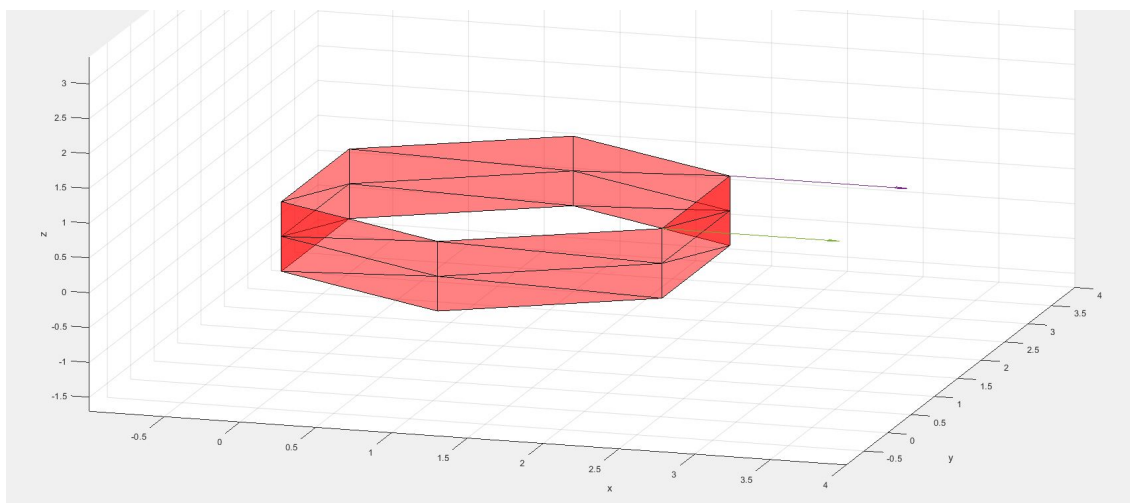
Stejně jako u prutového modelu jsou i zde definovány dva zatěžovací stavy. První se snaží co nejvěrněji odpovídat skutečnosti. Druhý zatěžovací stav je definován tak, aby vyvolal co největší deformace na konstrukci.

Prvním zatěžovacím stavem je idealizované plošné zatížení, které je převedeno na silové zatížení ve vrcholech modelu. Vzhledem k tomu, že jsou na modelu tři řady vrcholů, jsou definovány tři různé hodnoty zatížení. V nejvyšší vrstvě (body 1-6 na obr. 3.1) působí zatížení o velikosti 4,53 kN, v polovině (body 7-12) odpovídá 36,25 kN a ve spodní části (body 13-18) je zatížení rovno 72,50 kN. Všechny síly působí ze středového bodu příslušného šestiúhelníku do příslušného vrcholu. Jde tedy o centrické zatížení působící ve třech vrstvách. První zatěžovací stav na modelu vytvořeném v RFEMu je možné vidět na obr. 3.4



Obr. 3.4: Idealizace plošného zatížení pro model s plošnými prvky, ZS1 MKP

Druhým zatěžovacím stavem jsou opět dvě síly o velikosti 100 kN umístěné do bodů 4 a 5, působící ve směru osy  $x$ . MATLABovou simulací tohoto zatěžovacího stavu je možné vidět na obr. 3.5. Stejně jako u prutového modelu, pomáhá tento stav pouze ověřit správnou funkčnost algoritmu.



Obr. 3.5: Druhý zatěžovací stav - silové zatížení, ZS2 MKP

## 3.4 Analýza modelu s plošnými prvky

Jak již bylo řečeno v předchozí části, postup výpočtu je velmi podobný s postupem výpočtu u deformační metody. Jediný rozdíl je v použitých prvcích a tvorbě tuhostní matice.

V tomto modelu je použito trojúhelníkových prvků, které jsou definovány třemi body. Oproti deformační metodě tedy dojde k navýšení počtu prvků matic. Pro vektory to je navýšení o šest prvků, u čtvercových matic pak o šest sloupců a šest řádků. Z toho vyplývá také zvýšení počtu neznámých. Čistě ruční výpočet celé konstrukce je prakticky nemožný. Proto i zde, je k výpočtu použit software MATLAB.

### 3.4.1 Analýza prvku

Stejně jako u deformační metody je nutné nejdříve analyzovat jednotlivé prvky zvlášť. Model je vytvořen z trojúhelníků, které jsou naprosto stejné, pouze natočené v prostoru. Z toho vyplývá, že pro analýzu v lokálním souřadnicovém systému stačí analyzovat pouze jeden prvek.

#### Matice tuhosti $k^*$

V této práci je matice tuhosti trojúhelníkového prvku převzata z programu RFEM. Tam byla vytvořena pro prvek v rovině  $xy$ . Z toho plyne, že je nutná transformace jednotlivých prvků do globálních souřadnic.

K výpočtu byla nejprve obdržena horní trojúhelníková matice, takže bylo nutné tuto matici upravit do symetrické podoby, aby ji bylo možné použít ve výpočtu. Převzatou matici i její úpravu je možné vidět na přiloženém CD, v souboru ma-inMKP.m.

Odvození matice tuhosti ze zadaných souřadnic je možným pokračováním této práce.

### **Vektor parametrů deformace $r^*$**

Princip tvorby vektoru parametrů deformace zůstává stejný a pro prvek s označením 2 a vrcholy 2, 1 a 8 má tvar:

$$\mathbf{r}_2 = \{u_2, v_2, w_2, \varphi_{x,2}, \varphi_{y,2}, \varphi_{z,2}, u_1, v_1, w_1, \varphi_{x,1}, \varphi_{y,1}, \varphi_{z,1}, u_8, v_8, w_8, \varphi_{x,8}, \varphi_{y,8}, \varphi_{z,8}\}^T \quad (3.4)$$

Je opět možné vytvořit zkrácenou i nezkrácenou verzi. V této práci je pro jednodušší algoritmizaci zvolena nezkrácená podoba.

### **Zatěžovací vektor $F^*$**

Metoda konečných prvků čato používá idealizaci zatížení na uzlová zatížení. Je možné vytvořit zatěžovací vektor pro jednotlivé prvky, ale právě kvůli uzlovému zatížení je jednodušší vytvořit zatěžovací vektor celé soustavy v globálním souřadnicovém systému. Z toho důvodu je v této práci vynechán výpočet lokálního zatěžovacího vektoru.

## **3.4.2 Transformace do globálního souřadnicového systému**

Stejně jako analýza prutu, tak i transformace probíhá velmi podobně jako u deformační metody. Transformační matice se liší pouze velikostí. Při použití trojúhelníkových prvků se zvětší matice, jak již bylo řečeno, o šest sloupců a šest řádků. Stále ale platí, že na hlavní diagonále zůstávají submatice  $\mathbf{t}_{ab}$ , které jsou totožné se submaticemi  $\mathbf{t}_{ab}$  u deformační metody.

Výpočet výsledné transformační matice je možné vidět ve výpisu 3.1. Je na něm vidět, že se zvětší velikost matice a také počet matic. Je vytvořena transformační matice pro každý prvek, tedy 24 transformačních matic, zatímco u prutového modelu je jich vytvořeno pouze 18.

```

%% Transformační matice
for i=1:24
t=[abc1(i,souradnice.x) abc1(i,souradnice.y) abc1(i,souradnice.z);
  abc2(i,souradnice.x) abc2(i,souradnice.y) abc2(i,souradnice.z);
  abc3(i,souradnice.x) abc3(i,souradnice.y) abc3(i,souradnice.z)];

O=zeros(3);

T=[t 0 0 0 0 0;
  0 t 0 0 0 0;
  0 0 t 0 0 0;
  0 0 0 t 0 0;
  0 0 0 0 t 0;
  0 0 0 0 0 t];

MT(1:18,1:18,i)=T; % Transformační matice pro každý prvek

MTt(1:18,1:18,i)=T'; % Transponovaná transformační matice pro každý prvek
end

```

Výpis 3.1: Transformační matice pro model s plošnými prvky

### 3.4.3 Analýza konstrukce

Jakmile jsou připraveny jednotlivé matice prvků, je možné tvořit globální matici a vektory celé konstrukce. Dochází k tomu obdobným způsobem jako u deformační metody.

#### Matice tuhosti konstrukce

U matice tuhosti je nutné u některých prvků počítat nejen submatice na hlavní diagonále, ale také mimo ni. Vizualizace vzniklé matice tuhosti konstrukce je zobrazena ve výpisu 3.2.

```

%% Vizualizace globální matice tuhosti
KG=[S1  X12  0  0  0  0  X16  X17  X18  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0;
X12' S2  X23  0  0  0  0  X28  X29  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0;
0  X23' S3  X34  0  0  0  0  X39  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0;
0  0  X34' S4  X45  0  0  0  X49  X410  0  0  0  0  0  0  0  0;
0  0  0  X45' S5  X56  0  0  0  X510  X511  0  0  0  0  0  0  0;
X16' 0  0  0  X56' S6  X67  0  0  0  X611  X612  0  0  0  0  0  0;
X17' 0  0  0  0  X67' S7  X78  0  0  0  X712  X713  X714  0  0  0  0;
X18' X28' 0  0  0  0  X78' S8  X89  0  0  0  X814  X815  0  0  0  0;
0  X29' X39' X49' 0  0  0  X89' S9  X910  0  0  0  X915  0  0  0  0;
0  0  0  X410' X510' 0  0  0  X910' S10  X1011  0  0  0  X1015  X1016  0  0;
0  0  0  0  0  X511' X611' 0  0  0  X1011' S11  X1112  0  0  0  X1116  X1117  0;
0  0  0  0  0  X612' X712' 0  0  0  X1112' S12  X1213  0  0  0  X1217  X1218;
0  0  0  0  0  0  X713' 0  0  0  0  X1213' S13  X1314  0  0  0  X1318;
0  0  0  0  0  0  X714' X814' 0  0  0  0  X1314' S14  X1415  0  0  0;
0  0  0  0  0  0  0  X815' X915' 0  0  0  X1415' S15  X1516  0  0;
0  0  0  0  0  0  0  0  0  X1016' X1116' 0  0  0  X1516' S16  X1617  0;
0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  X1117' X1217' 0  0  0  X1617' S17  X1718;
0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  X1218' X1318' 0  0  0  X1718' S18];

```

Výpis 3.2: Globální matice tuhosti konstrukce pro model s plošnými prvky

Sestavení této matice je možné provést ručně, ale je nutné si dávat pozor na rozdíl mezi globálním a lokálním značením prvků. Vzhledem k tomu, že dochází ke sčítání submatic i mimo hlavní diagonálu, je tvoření matice mnohem složitější než u prutového modelu.



Z tohoto důvodu je použit algoritmus, který umístí jednotlivé lokální submatice na správné místo v globální matici tuhosti. Tento algoritmus je možné vidět vypsí 3.3.

```
%% Sestavení globální matice tuhosti celé konstrukce
KGG(1:18*6,1:18*6)=0; % nulování matice

for iEL=[1:24] % přes všechny prvky
    for i=[1:3] % každý prvek má tři uzly v řádku
        for j=[1:3] % a tři uzly ve sloupcích
            r = (i-1)*6; % lokální pořadí před prvním parametrem v řádcích
            s = (j-1)*6; % lokální pořadí před prvním parametrem ve sloupcích
            R = (EL(iEL,i)-1)*6; % globální pořadí před prvním parametrem v řádcích
            S = (EL(iEL,j)-1)*6; % globální pořadí před prvním parametrem ve sloupcích
            KGG(R+1:R+6, S+1:S+6) = KGG(R+1:R+6, S+1:S+6) + Ki(r+1:r+6, s+1:s+6,iEL);
        end
    end
end
```

Výpis 3.3: Algoritmus vytvoření globální matice tuhosti pro model s plošnými prvky

## Vektor parametrů deformace konstrukce

Vektor parametrů deformace je sestaven ze všech dílčích vektorů. Jeho velikost se odvíjí od počtu neznámých deformací v konstrukci. V této práci je použita nezkrácená forma vektorů a to znamená, že velikost tohoto vektoru je počet uzlů krát šest neznámých deformací, tedy  $18 \cdot 6 = 108$ .

## Zatěžovací vektor konstrukce

V kapitole 3.4.1 bylo řečeno, že je v této práci tvořen pouze zatěžovací vektor celé konstrukce v globální souřadnicové soustavě. Sestavení tohoto vektoru je rozděleno na zatěžovací vektory jednotlivých uzlů. Obecný směr zatížení je vektorově rozložen do jednotlivých směrů odpovídajících směrům globálních os.

Na výpisu 3.4 je vidět způsob sestavení globálního zatěžovacího vektoru pro první zatěžovací stav modelu s plošnými prvky.

```
% Dolní patro
q=72500
R13=[-q*cos(30/180*pi);-q*sin(30/180*pi);0;0;0;0]
R14=[-q*cos(30/180*pi);q*sin(30/180*pi);0;0;0;0]
R15=[0;q;0;0;0;0];
R16=[q*cos(30/180*pi);q*sin(30/180*pi);0;0;0;0]
R17=[q*cos(30/180*pi);-q*sin(30/180*pi);0;0;0;0]
R18=[0;-q;0;0;0;0];

% Celkový vektor
RG=[R1;R2;R3;R4;R5;R6;R7;R8;R9;R10;R11;R12;R13;R14;R15;R16;R17;R18];
```

Výpis 3.4: Globální zatěžovací vektor pro první zatěžovací stav a model s plošnými prvky

Vektor druhého zatěžovacího stavu je také vytvořen pouze pro globální souřadnicový systém. Všechny prvky má nulové, pouze prvek 19 a 25 má hodnotu 100 kN. Tyto prvky odpovídají zatížení ve směru globální osy  $x$  v bodech 4 a 5.

#### **3.4.4 Výpočet složek tenzoru napětí**

Po sestavení všech matic je možné přejít k řešení soustavy rovnic 3.3 a následnému výpočtu složek tenzoru napětí. K tomu se používají již sestavené matice pro jednotlivé prvky konstrukce a výsledná napětí se poté sčítají z jednotlivých prvků.

Stejně jako při výpočtu prutového modelu se tato část postupu v této práci již neprovádí. Znamená to tedy, že výsledky znázorňují pouze deformace uzlů a ne napětí na jednotlivých prvcích. Ke srovnávání výsledků to však ničemu nevádí.

Pro srovnání se používají hodnoty vektoru parametrů deformací, které se získaly při řešení soustavy rovnic.

## 4 Výsledky a porovnání jednotlivých modelů

V následující kapitole jsou uvedeny výsledné deformace z jednotlivých metod, porovnání výsledků těchto výpočtů a jejich odchylka od srovnávacích hodnot.

Konstrukce je řešena dvěma modely - prutovým a s plošnými prvky. Zatížení na konstrukci je definováno pomocí dvou zatěžovacích stavů. První odpovídá reálnému zatížení a díky druhému je možné ověřit funkčnost algoritmu, ačkoliv jsou jeho výsledky nereálné, protože velké deformace neodpovídají teorii prvního řádu.

Porovnání je provedeno ve dvou fázích, vždy vůči modelům v programu RFEM. První fáze je porovnání se zjednodušenými modely, které odpovídají modelům daných metod. Ve druhé fázi dochází k porovnání mezi srovnávacím modelem a jednotlivými metodami navzájem.

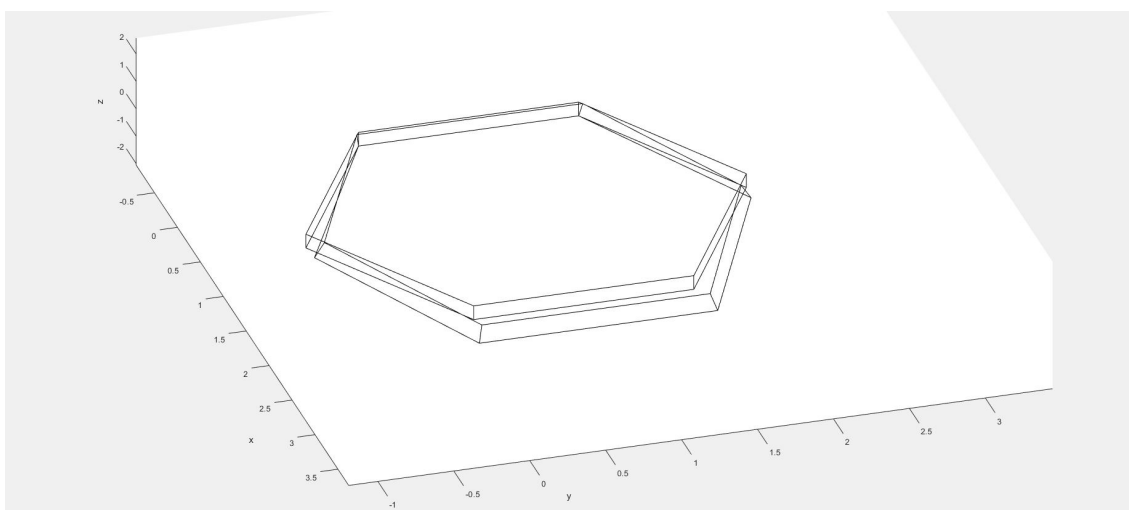
### 4.1 Výsledné deformace na prutovém modelu

Prutový model je počítán deformační metodou, která vedla na model o 12 uzlech a 18 prutech. První zatěžovací stav je zde převeden z plošného na prutové zatížení. Druhý zatěžovací stav nebylo nutné zjednodušovat, protože uzlové síly je možné aplikovat i na prutový model.

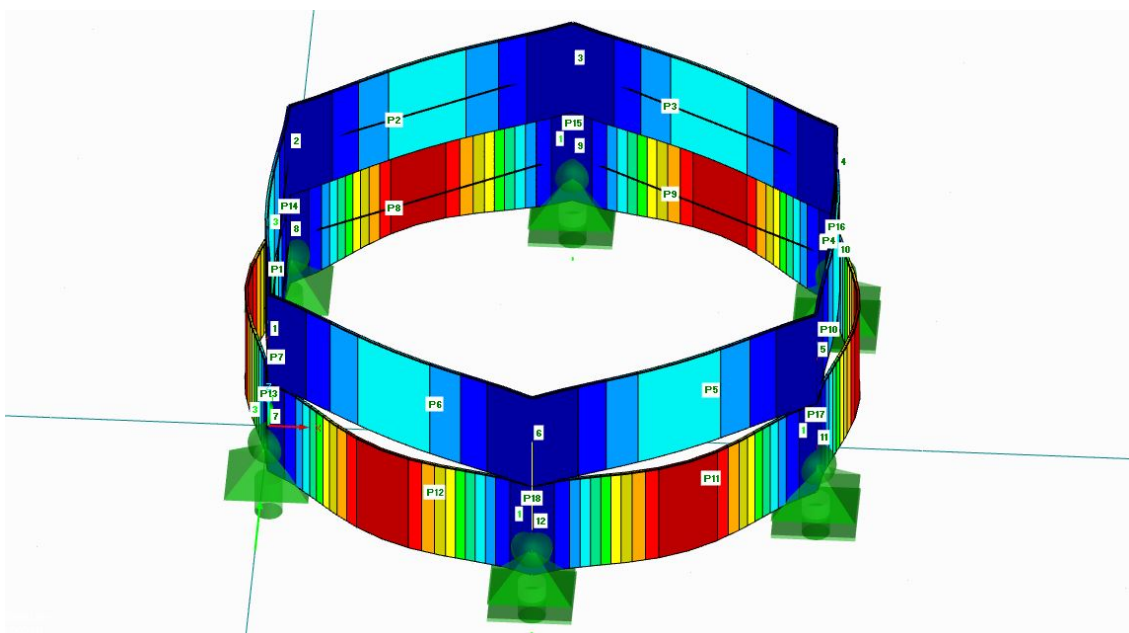
#### 4.1.1 První zatěžovací stav

V této části jsou uvedeny výsledné deformace od prvního zatěžovacího stavu na prutovém modelu. Na obr. 4.1 je zobrazena deformovaná konstrukce v programu MATLAB a na obr. 4.2 je vidět deformovaný stav v programu RFEM.

V tabulce 4.1 jsou uvedeny hodnoty, které byly vypočteny v programu MATLAB. V následující tabulce 4.2 jsou uvedeny hodnoty z programu RFEM. Další tabulka 4.3 obsahuje absolutní chyby předešlých hodnot a poslední tabulka v této části tabulka 4.4 ukazuje relativní chyby. Poslední dvě tabulky jsou tedy první fází porovnání.



Obr. 4.1: Deformovaná konstrukce prutového modelu ZS1, MATLAB



Obr. 4.2: Deformovaná konstrukce prutového modelu ZS1, RFEM

| Uzel č. | Posuny [mm] |       |       | Pootočení [rad] |             |             |
|---------|-------------|-------|-------|-----------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$       | $u_y$ | $u_z$ | $\varphi_x$     | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | 0,01        | -0,01 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 2       | 0,01        | 0,01  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 3       | 0,07        | -0,04 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 4       | 0,13        | 0,01  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 5       | 0,13        | -0,01 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 6       | 0,07        | 0,04  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 7       | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 8       | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 9       | 0,07        | -0,01 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 10      | 0,16        | 0,03  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 11      | 0,16        | -0,03 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 12      | 0,07        | 0,01  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Max     | 0,16        | 0,04  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Min     | 0,00        | -0,04 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |

Tab. 4.1: Výsledné deformace prutového modelu ZS1, MATLAB

| Uzel č. | Posuny [mm] |       |       | Pootočení [rad] |             |             |
|---------|-------------|-------|-------|-----------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$       | $u_y$ | $u_z$ | $\varphi_x$     | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 2       | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 3       | 0,17        | -0,30 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 4       | 0,35        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 5       | 0,35        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 6       | 0,17        | 0,30  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 7       | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 8       | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 9       | 0,17        | -0,30 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 10      | 0,35        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 11      | 0,35        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 12      | 0,17        | 0,30  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Max     | 0,35        | 0,30  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Min     | 0,00        | -0,30 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |

Tab. 4.2: Výsledné deformace prutového modelu ZS1, RFEM

| Uzel č. | Posuny [mm]  |              |       | Pootočení [rad] |             |             |
|---------|--------------|--------------|-------|-----------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$        | $u_y$        | $u_z$ | $\varphi_x$     | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | 0,01         | -0,01        | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 2       | 0,01         | 0,01         | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 3       | -0,10        | 0,26         | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 4       | -0,21        | <b>0,01</b>  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 5       | -0,21        | <b>-0,01</b> | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 6       | -0,10        | -0,26        | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 7       | 0,00         | 0,00         | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 8       | 0,00         | 0,00         | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 9       | -0,10        | 0,29         | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 10      | <b>-0,19</b> | 0,03         | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 11      | <b>-0,19</b> | -0,03        | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 12      | -0,10        | -0,29        | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Max     | 0,01         | 0,29         | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Min     | -0,21        | -0,29        | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |

Tab. 4.3: Výsledné deformace prutového modelu ZS1, Absolutní chyba

| Uzel č. | Posuny [%]    |                  |       | Pootočení [%] |             |             |
|---------|---------------|------------------|-------|---------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$         | $u_y$            | $u_z$ | $\varphi_x$   | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | 66901,11      | 92801,96         | -     | -             | -           | -89,69      |
| 2       | 66901,11      | 92801,96         | -     | -             | -           | -89,69      |
| 3       | -58,29        | -87,09           | -     | -             | -           | -95,30      |
| 4       | -61,43        | <b>135353,91</b> | -     | -             | -           | -65,43      |
| 5       | -61,43        | <b>135353,85</b> | -     | -             | -           | -65,43      |
| 6       | -58,29        | -87,09           | -     | -             | -           | -95,30      |
| 7       | -             | -                | -     | -             | -           | -89,69      |
| 8       | -             | -                | -     | -             | -           | -89,69      |
| 9       | -58,30        | -97,90           | -     | -             | -           | -95,30      |
| 10      | <b>-53,33</b> | 99236,73         | -     | -             | -           | -65,43      |
| 11      | <b>-53,33</b> | 99236,71         | -     | -             | -           | -65,43      |
| 12      | -58,30        | -97,90           | -     | -             | -           | -95,30      |
| Max     | 66901,11      | 135353,91        | 0,00  | 0,00          | 0,00        | -65,43      |
| Min     | -61,43        | -97,90           | 0,00  | 0,00          | 0,00        | -95,30      |

Tab. 4.4: Výsledné deformace prutového modelu ZS1, Relativní chyba

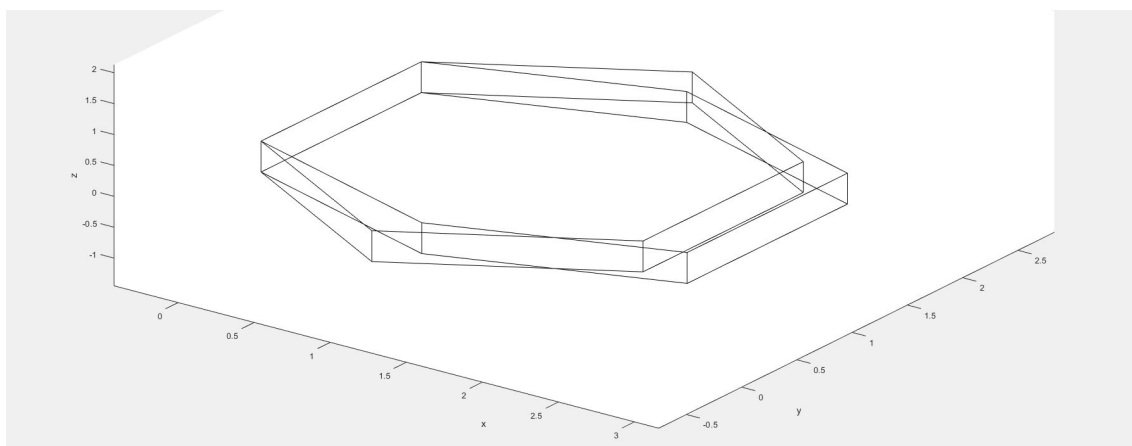
Jak je možné vidět zvýrazněné v tabulce 4.3, absolutní chyba se pohybuje v desetínách milimetru, což značí relativně vysokou přesnost. Relativní chyby jsou sice vyšší, ale to je způsobeno tím, že se hodnoty pohybují v blízkosti nuly.

Výše uvedené chyby mohou být způsobeny chybou v algoritmu, odlišným způsobem řešení soustavy rovnic 2.14 nebo jinak zvolenou metodou výpočtu. Prutový model je počítán v MATLABu deformační metodou, ale software RFEM používá k výpočtu metodu konečných prvků. Aby se mohla vyloučit chyba kvůli chybě v algoritmu, je nutné vyhodnotit druhý zatěžovací stav.

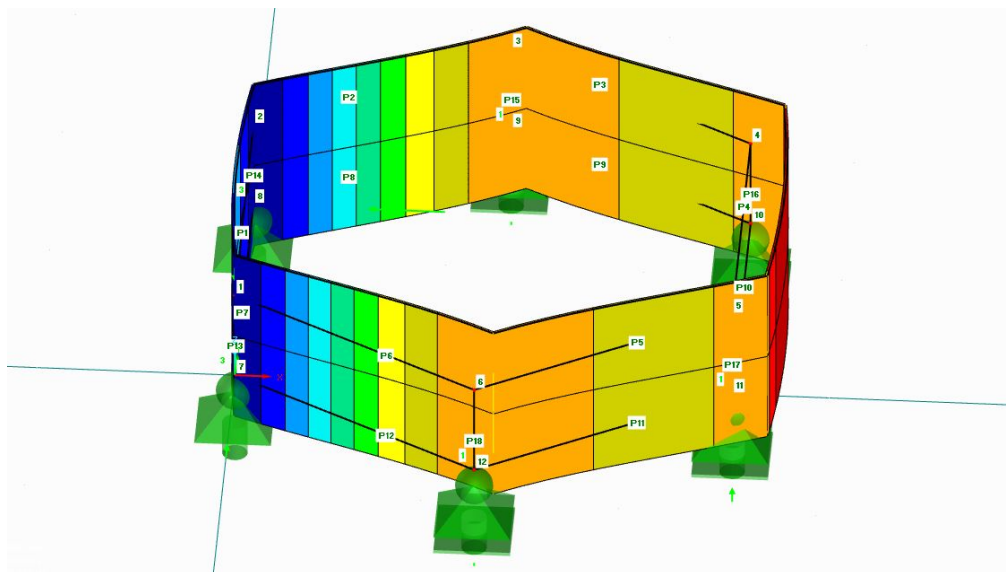
#### 4.1.2 Druhý zatěžovací stav

Druhý zatěžovací stav je vytvořen tak, aby ověřil funkčnost algoritmu. To je provedeno porovnáním výsledků z poloručního výpočtu v MATLABu s příslušným modelem v RFEMu. Obr. 4.3 ukazuje deformovaný prutový model z programu MATLAB a obr. 4.4 model z programu RFEM.

Stejně jako v předchozí části jsou v první tabulce 4.5 uvedeny výsledky z programu MATLAB, poté v tabulce 4.6 hodnoty z programu RFEM. Další tabulky porovnávají hodnoty - tabulka 4.7 obsahuje absolutní chyby a tabulka 4.8 obsahuje chyby relativní.



Obr. 4.3: Deformovaná konstrukce prutového modelu ZS2, MATLAB



Obr. 4.4: Deformovaná konstrukce prutového modelu ZS2, RFEM

| Uzel č. | Posuny [mm] |          |       | Pootočení [rad] |             |             |
|---------|-------------|----------|-------|-----------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$       | $u_y$    | $u_z$ | $\varphi_x$     | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | 0,09        | 0,02     | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 1,00        |
| 2       | 0,09        | -0,02    | 0,00  | 0,00            | 0,00        | -1,00       |
| 3       | 726,46      | -1257,32 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 4       | 1452,33     | 0,02     | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 1,00        |
| 5       | 1452,33     | -0,01    | 0,00  | 0,00            | 0,00        | -1,00       |
| 6       | 726,46      | 1257,32  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 7       | 0,00        | 0,00     | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 1,00        |
| 8       | 0,00        | 0,00     | 0,00  | 0,00            | 0,00        | -1,00       |
| 9       | 726,45      | -1257,32 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 10      | 1452,24     | -0,01    | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 1,00        |
| 11      | 1452,24     | 0,02     | 0,00  | 0,00            | 0,00        | -1,00       |
| 12      | 726,45      | 1257,32  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Max     | 1452,33     | 1257,32  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 1,00        |
| Min     | 0,00        | -1257,32 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | -1,00       |

Tab. 4.5: Výsledné deformace prutového modelu ZS2, MATLAB



| Uzel č. | Posuny [mm] |          |       | Pootočení [rad] |             |             |
|---------|-------------|----------|-------|-----------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$       | $u_y$    | $u_z$ | $\varphi_x$     | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | 0,05        | 0,00     | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 1,00        |
| 2       | 0,05        | 0,00     | 0,00  | 0,00            | 0,00        | -1,00       |
| 3       | 726,12      | -1257,00 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 4       | 1452,00     | 0,00     | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 1,00        |
| 5       | 1452,00     | 0,00     | 0,00  | 0,00            | 0,00        | -1,00       |
| 6       | 726,12      | 1257,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 7       | 0,00        | 0,00     | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 1,00        |
| 8       | 0,00        | 0,00     | 0,00  | 0,00            | 0,00        | -1,00       |
| 9       | 726,08      | -1257,00 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 10      | 1452,00     | 0,00     | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 1,00        |
| 11      | 1452,00     | 0,00     | 0,00  | 0,00            | 0,00        | -1,00       |
| 12      | 726,08      | 1257,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Max     | 1452,00     | 1257,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 1,00        |
| Min     | 0,00        | -1257,00 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | -1,00       |

Tab. 4.6: Výsledné deformace prutového modelu ZS2, RFEM

| Uzel č. | Posuny [mm] |             |       | Pootočení [rad] |             |             |
|---------|-------------|-------------|-------|-----------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$       | $u_y$       | $u_z$ | $\varphi_x$     | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | 0,04        | <b>0,02</b> | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 2       | 0,04        | -0,02       | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 3       | 0,33        | -0,32       | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 4       | 0,33        | 0,02        | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 5       | 0,33        | -0,01       | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 6       | 0,33        | 0,32        | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 7       | 0,00        | 0,00        | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 8       | 0,00        | 0,00        | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 9       | 0,37        | -0,32       | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 10      | <b>0,24</b> | -0,01       | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 11      | 0,24        | 0,02        | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 12      | 0,37        | 0,32        | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Max     | 0,37        | 0,32        | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Min     | 0,00        | -0,32       | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |

Tab. 4.7: Výsledné deformace prutového modelu ZS2, Absolutní chyba

| Uzel č. | Posuny [%]  |                 |       | Pootočení [%] |             |             |
|---------|-------------|-----------------|-------|---------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$       | $u_y$           | $u_z$ | $\varphi_x$   | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | 96,21       | <b>85334,49</b> | -     | -             | 96,64       | 0,00        |
| 2       | 96,21       | 85334,43        | -     | -             | 96,64       | 0,00        |
| 3       | 0,05        | 0,03            | -     | -             | -74,96      | -85,15      |
| 4       | 0,02        | 38179,12        | -     | -             | 112,61      | 0,04        |
| 5       | 0,02        | -               | -     | -             | 112,61      | 0,04        |
| 6       | 0,05        | 0,03            | -     | -             | -74,96      | -85,10      |
| 7       | -           | -               | -     | -             | 96,64       | 0,00        |
| 8       | -           | -               | -     | -             | 96,64       | 0,00        |
| 9       | 0,05        | 0,03            | -     | -             | -74,96      | -85,15      |
| 10      | <b>0,02</b> | -               | -     | -             | 112,61      | 0,04        |
| 11      | 0,02        | 38206,98        | -     | -             | 112,61      | 0,04        |
| 12      | 0,05        | 0,03            | -     | -             | -74,96      | -85,10      |
| Max     | 96,21       | 85334,49        | 0,00  | 0,00          | 112,61      | 0,04        |
| Min     | 0,02        | 0,03            | 0,00  | 0,00          | -74,96      | -85,15      |

Tab. 4.8: Výsledné deformace prutového modelu ZS2, Relativní chyba

Stejně jako u prvního zatěžovacího stavu se hodnoty absolutní chyby pohybují v desetinách milimetru. A díky velkým deformacím jsou i relativní chyby velmi nízké. Pokud se hodnoty deformací pohybují kolem nuly, opět se relativní chyba navyšuje, což je vidět na zvýrazněných hodnotách v tabulkách 4.7 a 4.8.

Z velkých deformací a jejich malých chyb je možné usuzovat, že výpočetní algoritmus neobsahuje hrubou chybu. Pak je možné říci, že chyby v prvním zatěžovacím stavu jsou způsobeny opravdu spíše rozdílnými metodami použitými k výpočtu než chybou v algoritmu. Ze stejného důvodu jsou pak chyby také u tohoto zatěžovacího stavu.

## 4.2 Výsledné deformace na modelu s plošnými prvky

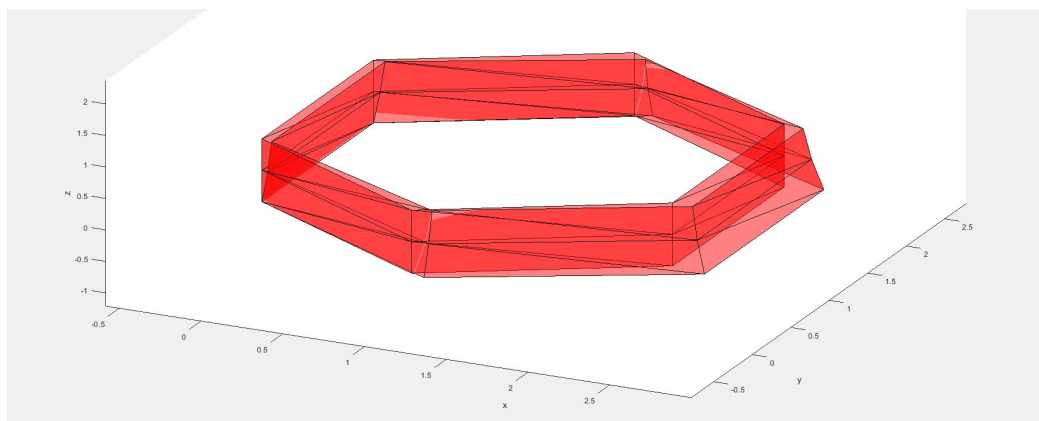
Model s plošnými prvky je řešen pomocí metody konečných prvků. Konečnými prvky jsou v této práci trojúhelníky, ze kterých je vytvořen model o 18 uzlech a 24 prvcích. Stejně jako předešlý model, je i tento zatěžován dvěma zatěžovacími stavy. První stav je zde převeden na uzlové zatížení ve třech vrstvách odpovídajících jednotlivým úrovním uzlů. Druhým zatěžovacím stavem jsou síly do uzlů a nebylo jej nutné zjednodušovat ani pro tento model.

### 4.2.1 První zatěžovací stav

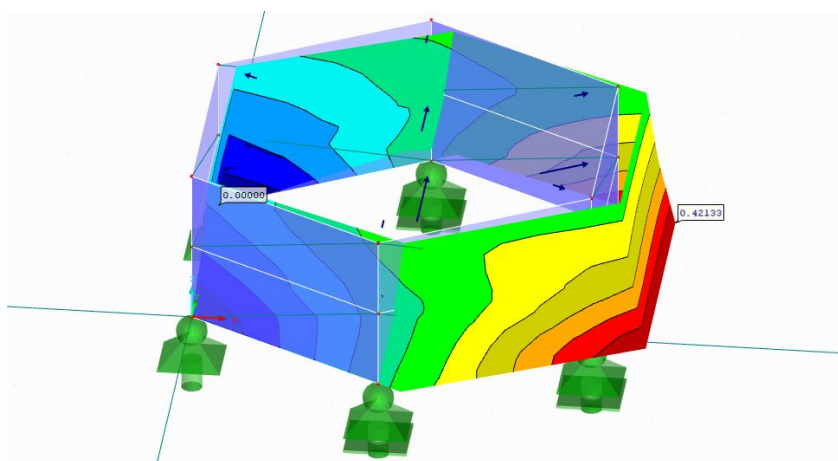
Tato část obsahuje výsledné deformace a chyby pro první zatěžovací stav na modelu s plošnými prvky. Jsou zde obrázky (obr. 4.5 a obr. 4.6), na kterých jsou

zobrazeny deformované konstrukce.

V tabulce 4.9 jsou zobrazeny hodnoty z výpočtu v programu MATLAB. V tabulce 4.10 jsou hodnoty z programu RFEM. V další tabulce, tabulce 4.11, jsou uvedeny absolutní chyby. A v poslední tabulce této části, tabulce 4.12, jsou uvedeny relativní chyby.



Obr. 4.5: Deformovaná konstrukce modelu s plošnými prvky ZS1, MATLAB



Obr. 4.6: Deformovaná konstrukce modelu s plošnými prvky ZS1, RFEM

| Uzel č. | Posuny [mm] |       |       | Pootočení [rad] |             |             |
|---------|-------------|-------|-------|-----------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$       | $u_y$ | $u_z$ | $\varphi_x$     | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | 0,13        | -0,02 | -0,02 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 2       | 0,13        | 0,02  | -0,02 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 3       | 0,19        | -0,12 | -0,03 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 4       | 0,24        | -0,01 | -0,03 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 5       | 0,24        | 0,02  | -0,04 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 6       | 0,19        | 0,13  | -0,04 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 7       | 0,08        | -0,02 | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 8       | 0,07        | 0,01  | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 9       | 0,19        | -0,05 | -0,03 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 10      | 0,32        | 0,04  | -0,03 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 11      | 0,32        | -0,03 | -0,03 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 12      | 0,19        | 0,05  | -0,03 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 13      | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 14      | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 15      | 0,18        | 0,08  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 16      | 0,43        | 0,11  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 17      | 0,44        | -0,10 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 18      | 0,19        | -0,07 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Max     | 0,44        | 0,13  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Min     | 0,00        | -0,12 | -0,04 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |

Tab. 4.9: Výsledné deformace modelu s plošnými prvky ZS1, MATLAB

| Uzel č. | Posuny [mm] |       |       | Pootočení [rad] |             |             |
|---------|-------------|-------|-------|-----------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$       | $u_y$ | $u_z$ | $\varphi_x$     | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | 0,13        | -0,02 | -0,02 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 2       | 0,13        | 0,02  | -0,02 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 3       | 0,17        | -0,10 | -0,03 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 4       | 0,21        | -0,01 | -0,03 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 5       | 0,21        | 0,02  | -0,04 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 6       | 0,18        | 0,10  | -0,04 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 7       | 0,08        | -0,02 | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 8       | 0,07        | 0,01  | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 9       | 0,17        | -0,02 | -0,03 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 10      | 0,29        | 0,04  | -0,03 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 11      | 0,29        | -0,03 | -0,03 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 12      | 0,18        | 0,02  | -0,03 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 13      | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 14      | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 15      | 0,17        | 0,11  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 16      | 0,40        | 0,11  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 17      | 0,41        | -0,10 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 18      | 0,17        | -0,10 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Max     | 0,41        | 0,11  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Min     | 0,00        | -0,10 | -0,04 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |

Tab. 4.10: Výsledné deformace modelu s plošnými prvky ZS1, RFEM

| Uzel č. | Posuny [mm] |       |       | Pootočení [rad] |             |             |
|---------|-------------|-------|-------|-----------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$       | $u_y$ | $u_z$ | $\varphi_x$     | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 2       | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 3       | 0,02        | -0,03 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 4       | 0,03        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 5       | 0,03        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 6       | 0,01        | 0,02  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 7       | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 8       | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 9       | 0,02        | -0,03 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 10      | 0,03        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 11      | 0,03        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 12      | 0,01        | 0,02  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 13      | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 14      | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 15      | 0,02        | -0,03 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 16      | 0,03        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 17      | 0,03        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 18      | 0,01        | 0,02  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Max     | 0,03        | 0,02  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Min     | 0,00        | -0,03 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |

Tab. 4.11: Výsledné deformace modelu s plošnými prvky ZS1, Absolutní chyba

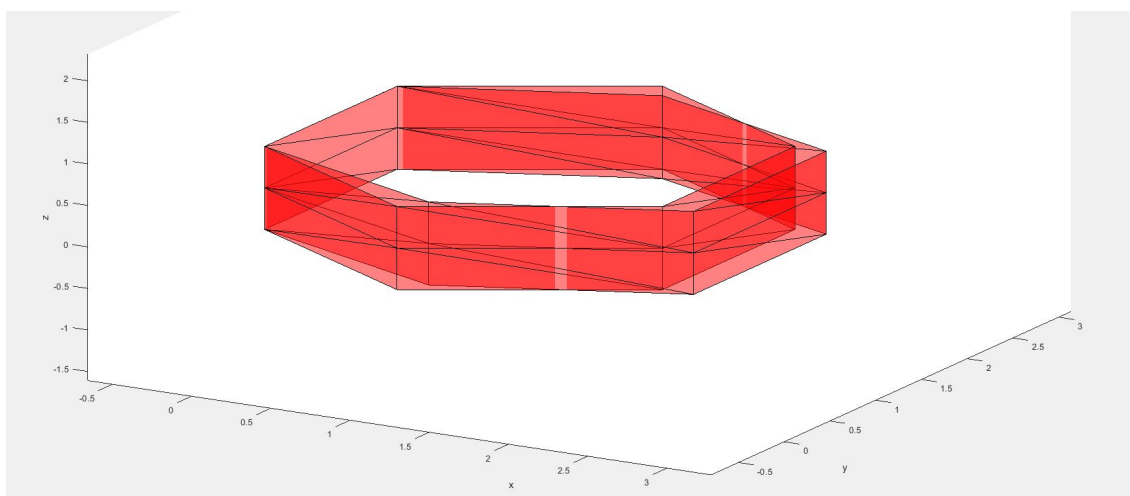
| Uzel č. | Posuny [%] |        |       | Pootočení [%] |             |             |
|---------|------------|--------|-------|---------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$      | $u_y$  | $u_z$ | $\varphi_x$   | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | 0,03       | 0,01   | 0,00  | -45,82        | 5,94        | 65,99       |
| 2       | 0,04       | -0,03  | 0,00  | -31,80        | 36,46       | 71,15       |
| 3       | 8,99       | 27,30  | -0,01 | -19,60        | -           | -           |
| 4       | 14,46      | 32,59  | 0,02  | -9,71         | -13,81      | 73,80       |
| 5       | 14,48      | -8,51  | 0,02  | 19,63         | 46,98       | 78,25       |
| 6       | 8,09       | 24,79  | -0,01 | -13,78        | -           | -           |
| 7       | 0,01       | -0,01  | -0,03 | -38,93        | 31,80       | 64,16       |
| 8       | 0,03       | -0,01  | 0,02  | -41,77        | 44,00       | 67,80       |
| 9       | 9,07       | 142,24 | -0,01 | 3,33          | -           | -           |
| 10      | 10,40      | -4,17  | 0,01  | 25,63         | -0,10       | 73,76       |
| 11      | 10,43      | 6,53   | -0,01 | 30,26         | -0,64       | 70,45       |
| 12      | 8,20       | 116,84 | -0,02 | 10,27         | -           | -           |
| 13      | -          | -      | -     | -             | -3,03       | 25,78       |
| 14      | -          | -      | -     | -             | 37,96       | 25,27       |
| 15      | 9,17       | -24,90 | -     | -12,39        | -           | -49,05      |
| 16      | 7,39       | -1,57  | -     | 0,19          | -8,46       | 63,56       |
| 17      | 7,36       | 1,85   | -     | -18,25        | 3,54        | 64,92       |
| 18      | 8,32       | -24,99 | -     | 3,70          | -           | -47,06      |
| Max     | 14,48      | 142,24 | 0,02  | 30,26         | 46,98       | 78,25       |
| Min     | 0,01       | -24,99 | -0,03 | -45,82        | -13,81      | -49,05      |

Tab. 4.12: Výsledné deformace modelu s plošnými prvky ZS1, Relativní chyba

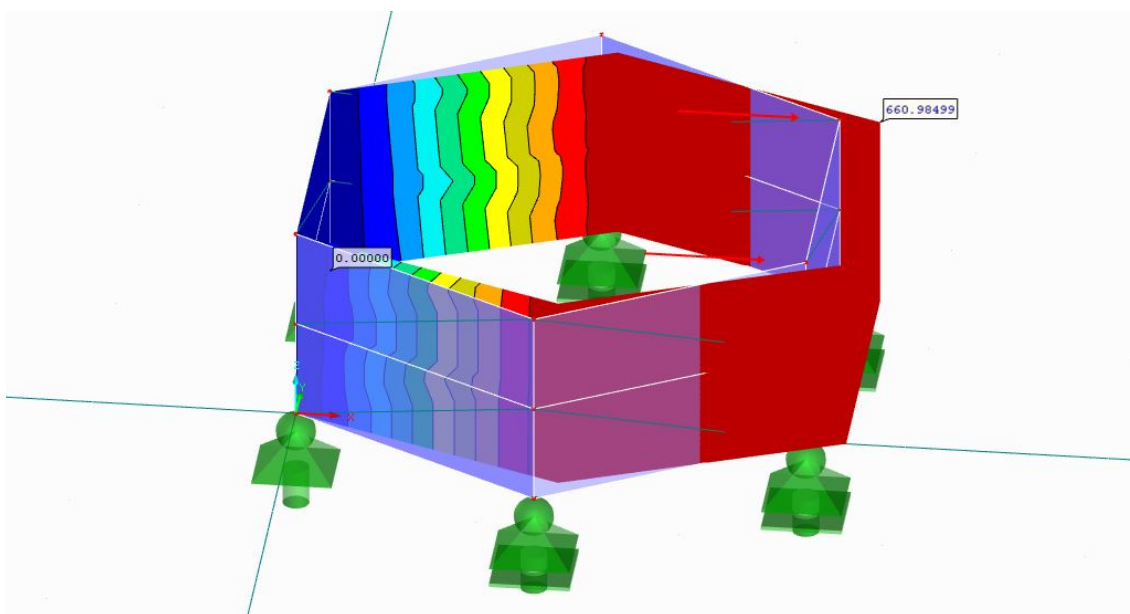
V tomto případě jsou absolutní chyby opravdu velmi nízké a pohybují se v setinách milimetru. Relativní chyby se pohybují kolem 10 % a oproti prutovému modelu, je zde odchylka výrazně nižší.

## 4.2.2 Druhý zatěžovací stav

Druhý zatěžovací stav pro model s plošnými prvky opět slouží k ověření funkčnosti algoritmu. Na obr. 4.7 je možné vidět deformovanou konci z MATLABu a na obr. 4.8 z RFEMu. V tabulce 4.13 jsou uvedeny hodnoty z výpočtu v MATLABu. Další tabulka 4.14 zobrazuje hodnoty z programu RFEM. Ve třetí tabulce, tabulce 4.15, jsou znázorněny absolutní chyby. Poslední tabulka této části, tabulka 4.16, zachycuje relativní chyby.



Obr. 4.7: Deformovaná konstrukce modelu s plošnými prvky ZS2, MATLAB



Obr. 4.8: Deformovaná konstrukce modelu s plošnými prvky ZS2, RFEM



| Uzel č. | Posuny [mm] |         |       | Pootočení [rad] |             |             |
|---------|-------------|---------|-------|-----------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$       | $u_y$   | $u_z$ | $\varphi_x$     | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | 0,18        | 0,02    | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,91        |
| 2       | 0,18        | -0,02   | -0,01 | 0,00            | 0,00        | -0,91       |
| 3       | 329,36      | -569,90 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 4       | 658,57      | 0,08    | -0,05 | 0,00            | 0,00        | 0,91        |
| 5       | 658,56      | -0,04   | -0,06 | 0,00            | 0,00        | -0,91       |
| 6       | 329,36      | 569,91  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 7       | 0,11        | 0,01    | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,91        |
| 8       | 0,11        | -0,01   | -0,01 | 0,00            | 0,00        | -0,91       |
| 9       | 329,38      | -569,89 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 10      | 658,41      | 0,01    | -0,02 | 0,00            | 0,00        | 0,91        |
| 11      | 658,40      | 0,02    | -0,02 | 0,00            | 0,00        | -0,91       |
| 12      | 329,39      | 569,91  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 13      | 0,00        | 0,00    | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,91        |
| 14      | 0,00        | 0,00    | 0,00  | 0,00            | 0,00        | -0,91       |
| 15      | 329,41      | -569,89 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 16      | 658,33      | -0,01   | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,91        |
| 17      | 658,32      | 0,04    | 0,00  | 0,00            | 0,00        | -0,91       |
| 18      | 329,41      | 569,90  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Max     | 658,57      | 569,91  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,91        |
| Min     | 0,00        | -569,90 | -0,06 | 0,00            | 0,00        | -0,91       |

Tab. 4.13: Výsledné deformace modelu s plošnými prvky ZS2, MATLAB

| Uzel č. | Posuny [mm] |         |       | Pootočení [rad] |             |             |
|---------|-------------|---------|-------|-----------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$       | $u_y$   | $u_z$ | $\varphi_x$     | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | 0,18        | 0,02    | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,91        |
| 2       | 0,18        | -0,02   | -0,01 | 0,00            | 0,00        | -0,91       |
| 3       | 330,57      | -572,00 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 4       | 660,99      | 0,07    | -0,05 | 0,00            | 0,00        | 0,91        |
| 5       | 660,98      | -0,05   | -0,06 | 0,00            | 0,00        | -0,91       |
| 6       | 330,57      | 572,01  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 7       | 0,11        | 0,01    | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,91        |
| 8       | 0,11        | -0,01   | -0,01 | 0,00            | 0,00        | -0,91       |
| 9       | 330,59      | -571,99 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 10      | 660,82      | 0,01    | -0,02 | 0,00            | 0,00        | 0,91        |
| 11      | 660,82      | 0,02    | -0,02 | 0,00            | 0,00        | -0,91       |
| 12      | 330,60      | 572,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 13      | 0,00        | 0,00    | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,91        |
| 14      | 0,00        | 0,00    | 0,00  | 0,00            | 0,00        | -0,91       |
| 15      | 330,62      | -571,98 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 16      | 660,74      | -0,02   | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,91        |
| 17      | 660,74      | 0,04    | 0,00  | 0,00            | 0,00        | -0,91       |
| 18      | 330,62      | 571,99  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Max     | 660,99      | 572,01  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,91        |
| Min     | 0,00        | -572,00 | -0,06 | 0,00            | 0,00        | -0,91       |

Tab. 4.14: Výsledné deformace modelu s plošnými prvky ZS2, RFEM

| Uzel č. | Posuny [mm] |       |       | Pootočení [rad] |             |             |
|---------|-------------|-------|-------|-----------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$       | $u_y$ | $u_z$ | $\varphi_x$     | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 2       | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 3       | -1,21       | 2,09  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 4       | -2,42       | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 5       | -2,42       | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 6       | -1,21       | -2,09 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 7       | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 8       | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 9       | -1,21       | 2,09  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 10      | -2,42       | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 11      | -2,42       | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 12      | -1,21       | -2,09 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 13      | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 14      | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 15      | -1,21       | 2,09  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 16      | -2,41       | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 17      | -2,42       | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 18      | -1,21       | -2,09 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Max     | 0,00        | 2,09  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Min     | -2,42       | -2,09 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |

Tab. 4.15: Výsledné deformace modelu s plošnými prvky ZS2, Absolutní chyba

| Uzel č. | Posuny [%] |        |       | Pootočení [%] |             |             |
|---------|------------|--------|-------|---------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$      | $u_y$  | $u_z$ | $\varphi_x$   | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | -0,19      | -0,41  | -0,27 | -             | 30,18       | -0,37,      |
| 2       | -0,16      | -0,24  | -0,42 | -             | -21,94      | -0,38,      |
| 3       | -0,37      | -0,37  | 52,87 | -6,78         | -2,89       | -104,93     |
| 4       | -0,37      | 2,77   | -0,23 | -19,94        | 6,55        | -0,38       |
| 5       | -0,37      | -4,51  | -0,18 | 12,31         | 11,40       | -0,38       |
| 6       | -0,37      | -0,37  | -3,29 | -             | 17,63       | -97,13      |
| 7       | -0,20      | -0,45  | -0,09 | -             | 0,41        | -0,38       |
| 8       | -0,19      | -0,31  | -0,51 | -             | 7,50        | -0,38       |
| 9       | -0,37      | -0,37  | 7,37  | -             | 20,29       | -85,03      |
| 10      | -0,37      | 17,32  | -0,23 | -3,06         | -10,16      | -0,38       |
| 11      | -0,37      | 12,73  | -0,25 | 10,12         | -6,43       | -0,38       |
| 12      | -0,37      | -0,37  | 0,81  | -             | 15,52       | -79,51,     |
| 13      | -          | -      | -     | -             | -12,64      | -0,38       |
| 14      | -          | -      | -     | -32,47        | -15,32      | -0,38       |
| 15      | -0,37      | -0,37  | -     | -             | 22,95       | -76,68      |
| 16      | -0,37      | -13,16 | -     | -             | 20,96       | -0,38       |
| 17      | -0,37      | 4,99   | -     | -             | 33,41       | -0,38       |
| 18      | -0,37      | -0,37  | -     | -             | -5,46       | -76,84      |
| Max     | -0,16      | 17,32  | 52,87 | 12,31         | 33,41       | -0,37       |
| Min     | -0,37      | -13,16 | -3,29 | -32,47        | -21,94      | -104,93     |

Tab. 4.16: Výsledné deformace modelu s plošnými prvky ZS2, Relativní chyba

V tomto zatěžovacím stavu dochází k největším absolutním chybám, které se pohybují v jednotkách milimetrů. Ale relativní chyba je zde oproti ostatním modelům relativně nízká.

V tomto případě je možné, že se v algoritmu objevuje malá chyba, ale spíše je rozdíl opět způsoben rozdílnými způsoby řešení soustavy rovnic. Během výpočtu totiž docházelo také ke změnám zatížení a ověřování chyby a ta se zdá být úměrná zatížení, což vede k přesvědčení, že výpočetní algoritmus je správný.

### 4.3 Porovnání se srovnávacími hodnotami

V následující části jsou zobrazeny hodnoty z druhé fáze porovnávání. Srovnání je provedeno vůči srovnávacímu modelu, který je možné vidět na obr. 1.2.

### 4.3.1 Prutový model, první zatěžovací stav

Nejprve je uvedeno porovnání s prutovým modelem a plošným zatížením. V tabulce 4.17 jsou znovu uvedeny výsledné deformace výpočtu v MATLABu. Dále v tabulce 4.18 jsou hodnoty ze srovnávacího modelu v RFEMu. Následuje tabulka 4.19, která obsahuje absolutní chyby a nakonec je uvedena tabulka 4.20 s relativními chybami.

| Uzel č. | Posuny [mm] |       |       | Pootočení [rad] |             |             |
|---------|-------------|-------|-------|-----------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$       | $u_y$ | $u_z$ | $\varphi_x$     | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | 0,01        | -0,01 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 2       | 0,01        | 0,01  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 3       | 0,07        | -0,04 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 4       | 0,13        | 0,01  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 5       | 0,13        | -0,01 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 6       | 0,07        | 0,04  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 7       | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 8       | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 9       | 0,07        | -0,01 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 10      | 0,16        | 0,03  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 11      | 0,16        | -0,03 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 12      | 0,07        | 0,01  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Max     | 0,16        | 0,04  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Min     | 0,00        | -0,04 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |

Tab. 4.17: Porovnání srovnávacích hodnot a prutového modelu ZS1, MATLAB

| Uzel č. | Posuny [mm] |       |       | Pootočení [rad] |             |             |
|---------|-------------|-------|-------|-----------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$       | $u_y$ | $u_z$ | $\varphi_x$     | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | 0,05        | 0,01  | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 2       | 0,05        | -0,01 | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 3       | 0,13        | -0,06 | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 4       | 0,20        | 0,01  | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 5       | 0,20        | -0,01 | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 6       | 0,13        | 0,06  | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 7       | 0,01        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 8       | 0,01        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 9       | 0,14        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 10      | 0,24        | 0,03  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 11      | 0,24        | -0,03 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 12      | 0,14        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Max     | 0,24        | 0,06  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Min     | 0,01        | -0,06 | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |

Tab. 4.18: Porovnání srovnávacích hodnot a prutového modelu ZS1, RFEM

| Uzel č. | Posuny [mm] |       |       | Pootočení [rad] |             |             |
|---------|-------------|-------|-------|-----------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$       | $u_y$ | $u_z$ | $\varphi_x$     | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | -0,03       | -0,02 | 0,01  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 2       | -0,03       | 0,02  | 0,01  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 3       | -0,06       | 0,02  | 0,01  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 4       | -0,07       | 0,01  | 0,01  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 5       | -0,07       | -0,01 | 0,01  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 6       | -0,06       | -0,02 | 0,01  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 7       | -0,01       | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 8       | -0,01       | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 9       | -0,06       | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 10      | -0,08       | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 11      | -0,08       | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 12      | -0,06       | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Max     | -0,01       | 0,02  | 0,01  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Min     | -0,08       | -0,02 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |

Tab. 4.19: Porovnání srovnávacích hodnot a prutového modelu ZS1, Absolutní chyba

| Uzel č. | Posuny [%] |         |         | Pootočení [%] |             |             |
|---------|------------|---------|---------|---------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$      | $u_y$   | $u_z$   | $\varphi_x$   | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | -71,57     | -200,65 | -100,00 | -             | -73,20      | -58,35      |
| 2       | -71,57     | -200,65 | -100,00 | -             | -73,20      | -58,35      |
| 3       | -44,92     | -33,88  | -100,00 | -35,00        | -           | -           |
| 4       | -33,06     | 153,66  | -100,00 | -67,49        | -43,69      | -50,22      |
| 5       | -33,06     | 154,61  | -100,00 | -67,49        | -43,69      | -50,22      |
| 6       | -44,92     | -33,90  | -100,00 | -35,00        | -           | -           |
| 7       | -100,00    | -100,00 | -100,00 | -             | -73,20      | -79,17      |
| 8       | -100,00    | -100,00 | -100,00 | -             | -73,20      | -79,17      |
| 9       | -46,66     | 147,91  | -100,00 | -35,00        | -           | -           |
| 10      | -32,81     | -7,16   | -100,00 | -67,49        | -43,69      | -           |
| 11      | -32,82     | -7,05   | -100,00 | -67,49        | -43,69      | -           |
| 12      | -46,66     | 145,98  | -100,00 | -35,00        | -           | -           |
| Max     | -32,81     | 154,61  | -100,00 | -35,00        | -43,69      | -50,22      |
| Min     | -100,00    | -200,65 | -100,00 | -67,49        | -73,20      | -79,17      |

Tab. 4.20: Porovnání srovnávacích hodnot a prutového modelu ZS1, Relativní chyba

Při tomto porovnání je vidět, že hodnoty absolutních chyb se pohybují v řádu setin milimetru, ale relativní chyby se pohybují v řádech desítek procent. Navíc vyšly výsledky na stranu nebezpečnou.

Chyba může být způsobená odlišným podepřením. Prutový model je podepřen ve střednici prutu, kdežto srovnávací model na okraji prutu (pásu). Zároveň mohla vzniknout chyba opět použitím odlišných metod výpočtu a odlišným způsobem řešení soustavy rovnic.

### 4.3.2 Prutový model, druhý zatěžovací stav

V této části je provedeno srovnání pro prutový model a druhý zatěžovací stav. V tabulce 4.21 jsou uvedeny hodnoty z programu MATLAB. Tabulka 4.22 obsahuje srovnávací hodnoty z RFEMu. Následující tabulka (4.23) zobrazuje absolutní chyby tohoto rovnání a v poslední tabulce této části, tabulce 4.24 jsou uvedeny relativní chyby.

| Uzel č. | Posuny [mm] |          |       | Pootočení [rad] |             |             |
|---------|-------------|----------|-------|-----------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$       | $u_y$    | $u_z$ | $\varphi_x$     | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | 0,09        | 0,02     | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 1,00        |
| 2       | 0,09        | -0,02    | 0,00  | 0,00            | 0,00        | -1,00       |
| 3       | 726,46      | -1257,32 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 4       | 1452,33     | 0,02     | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 1,00        |
| 5       | 1452,33     | -0,01    | 0,00  | 0,00            | 0,00        | -1,00       |
| 6       | 726,46      | 1257,32  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 7       | 0,00        | 0,00     | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 1,00        |
| 8       | 0,00        | 0,00     | 0,00  | 0,00            | 0,00        | -1,00       |
| 9       | 726,45      | -1257,32 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 10      | 1452,24     | -0,01    | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 1,00        |
| 11      | 1452,24     | 0,02     | 0,00  | 0,00            | 0,00        | -1,00       |
| 12      | 726,45      | 1257,32  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Max     | 1452,33     | 1257,32  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 1,00        |
| Min     | 0,00        | -1257,32 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | -1,00       |

Tab. 4.21: Porovnání srovnávacích hodnot a prutového modelu ZS2, MATLAB

| Uzel č. | Posuny [mm] |          |       | Pootočení [rad] |             |             |
|---------|-------------|----------|-------|-----------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$       | $u_y$    | $u_z$ | $\varphi_x$     | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | 101,04      | 99,86    | -0,81 | -0,12           | 0,11        | 0,83        |
| 2       | 101,09      | -99,85   | -0,81 | 0,12            | 0,11        | -0,83       |
| 3       | 860,98      | -1231,00 | 0,12  | -0,04           | 0,00        | -0,15       |
| 4       | 1715,00     | -135,59  | -0,28 | -0,03           | 0,05        | 1,12        |
| 5       | 1714,00     | 133,23   | -0,28 | 0,03            | 0,05        | -1,12       |
| 6       | 860,07      | 1229,00  | 0,12  | 0,04            | 0,00        | 0,15        |
| 7       | 44,13       | 39,41    | -0,51 | -0,13           | 0,12        | 0,64        |
| 8       | 44,15       | -39,41   | -0,51 | 0,13            | 0,12        | -0,64       |
| 9       | 863,35      | -1248,00 | 0,13  | -0,03           | 0,00        | -0,09       |
| 10      | 1691,00     | -149,68  | -0,12 | -0,03           | 0,05        | 1,12        |
| 11      | 1690,00     | 147,32   | -0,12 | 0,03            | 0,05        | -1,12       |
| 12      | 862,43      | 1247,00  | 0,13  | 0,03            | 0,00        | 0,09        |
| Max     | 1715,00     | 1247,00  | 0,13  | 0,13            | 0,12        | 1,12        |
| Min     | 44,13       | -1248,00 | -0,81 | -0,13           | 0,00        | -1,12       |

Tab. 4.22: Porovnání srovnávacích hodnot a prutového modelu ZS2, RFEM



| Uzel č. | Posuny [mm] |         |       | Pootočení [rad] |             |             |
|---------|-------------|---------|-------|-----------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$       | $u_y$   | $u_z$ | $\varphi_x$     | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | -100,95     | -99,84  | 0,81  | 0,12            | -0,11       | 0,17        |
| 2       | -100,99     | 99,84   | 0,81  | -0,12           | -0,11       | -0,17       |
| 3       | -134,52     | -26,32  | -0,12 | 0,04            | 0,00        | 0,15        |
| 4       | -262,67     | 135,60  | 0,28  | 0,03            | -0,05       | -0,12       |
| 5       | -261,67     | -133,25 | 0,28  | -0,03           | -0,05       | 0,12        |
| 6       | -133,61     | 28,32   | -0,12 | -0,04           | 0,00        | -0,15       |
| 7       | -44,13      | -39,41  | 0,51  | 0,13            | -0,12       | 0,36        |
| 8       | -44,15      | 39,41   | 0,51  | -0,13           | -0,12       | -0,36       |
| 9       | -136,90     | -9,32   | -0,13 | 0,03            | 0,00        | 0,09        |
| 10      | -238,76     | 149,67  | 0,12  | 0,03            | -0,05       | -0,12       |
| 11      | -237,76     | -147,31 | 0,12  | -0,03           | -0,05       | 0,12        |
| 12      | -135,98     | 10,32   | -0,13 | -0,03           | 0,00        | -0,09       |
| Max     | -44,13      | 149,67  | 0,81  | 0,13            | 0,00        | 0,36        |
| Min     | -262,67     | -147,31 | -0,13 | -0,13           | -0,12       | -0,36       |

Tab. 4.23: Porovnání srovnávacích hodnot a prutového modelu ZS2, Absolutní chyba

| Uzel č. | Posuny [%] |         |         | Pootočení [%] |             |             |
|---------|------------|---------|---------|---------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$      | $u_y$   | $u_z$   | $\varphi_x$   | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | -99,91     | -99,98  | -100,00 | -99,97        | -99,83      | 21,10       |
| 2       | -99,91     | -99,98  | -100,00 | -99,97        | -99,83      | 21,04       |
| 3       | -15,62     | 2,14    | -100,00 | -100,00       | -100,48     | -99,92      |
| 4       | -15,32     | -100,01 | -99,99  | -99,80        | -99,62      | -10,46      |
| 5       | -15,27     | -100,01 | -99,99  | -99,80        | -99,62      | -10,49      |
| 6       | -15,53     | 2,30    | -100,00 | -100,00       | -100,48     | -99,92      |
| 7       | -100,00    | -100,00 | -100,00 | -99,97        | -99,85      | 55,45       |
| 8       | -100,00    | -100,00 | -100,00 | -99,97        | -99,85      | 55,35       |
| 9       | -15,86     | 0,75    | -100,00 | -100,00       | -100,48     | -99,88      |
| 10      | -14,12     | -99,99  | -100,00 | -99,78        | -99,58      | -10,44      |
| 11      | -14,07     | -99,99  | -100,00 | -99,78        | -99,58      | -10,47      |
| 12      | -15,77     | 0,83    | -100,00 | -100,00       | -100,48     | -99,87      |
| Max     | -14,07     | 2,30    | -99,99  | -99,78        | -99,58      | 55,45       |
| Min     | -100,00    | -100,01 | -100,00 | -100,00       | -100,48     | -99,92      |

Tab. 4.24: Porovnání srovnávacích hodnot a prutového modelu ZS2, Relativní chyba

V tabulkách 4.23 a 4.24 je možné vidět, že se maximální relativní chyba pohybuje kolem 100 %, ale pouze tam, kde se vyskytuje hodnota deformací blízká nule. Ostatní relativní chyby se pohybují v řádech desítek procent.

Rozdíl mohl vzniknout opět odlišným podepřením a jiným způsobem výpočtu statické analýzy.

### 4.3.3 Model s plošnými prvky, první zatěžovací stav

V této části jsou uvedeny výsledné deformace a porovnání modelu s plošnými prvky pro první zatěžovací stav. Stejně jako v předchozích částech jsou v první tabulce, tabulce 4.25, uvedeny výsledné hodnoty z poloručního výpočtu. Dále následuje tabulka 4.26 obsahující výsledky pro srovnávací model. V dalších tabulkách, tabulce 4.27 a tabulce 4.28, jsou zobrazeny hodnoty absolutních a relativních chyb při srovnání.

| Uzel č. | Posuny [mm] |       |       | Pootočení [rad] |             |             |
|---------|-------------|-------|-------|-----------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$       | $u_y$ | $u_z$ | $\varphi_x$     | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | 0,13        | -0,02 | -0,02 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 2       | 0,13        | 0,02  | -0,02 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 3       | 0,19        | -0,12 | -0,03 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 4       | 0,24        | -0,01 | -0,03 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 5       | 0,24        | 0,02  | -0,04 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 6       | 0,19        | 0,13  | -0,04 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 7       | 0,08        | -0,02 | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 8       | 0,07        | 0,01  | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 9       | 0,19        | -0,05 | -0,03 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 10      | 0,32        | 0,04  | -0,03 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 11      | 0,32        | -0,03 | -0,03 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 12      | 0,19        | 0,05  | -0,03 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 13      | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 14      | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 15      | 0,18        | 0,08  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 16      | 0,43        | 0,11  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 17      | 0,44        | -0,10 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 18      | 0,19        | -0,07 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Max     | 0,44        | 0,13  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Min     | 0,00        | -0,12 | -0,04 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |

Tab. 4.25: Porovnání srovnávacích hodnot a modelu s plošnými prvky ZS1, MATLAB

| Uzel č. | Posuny [mm] |       |       | Pootočení [rad] |             |             |
|---------|-------------|-------|-------|-----------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$       | $u_y$ | $u_z$ | $\varphi_x$     | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | 0,06        | 0,01  | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 2       | 0,06        | -0,01 | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 3       | 0,13        | -0,08 | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 4       | 0,18        | -0,01 | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 5       | 0,18        | 0,01  | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 6       | 0,13        | 0,08  | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 7       | 0,03        | 0,00  | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 8       | 0,03        | 0,00  | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 9       | 0,13        | -0,03 | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 10      | 0,22        | 0,02  | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 11      | 0,22        | -0,02 | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 12      | 0,13        | 0,03  | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 13      | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 14      | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 15      | 0,14        | 0,02  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 16      | 0,26        | 0,04  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 17      | 0,26        | -0,04 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 18      | 0,14        | -0,02 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Max     | 0,26        | 0,08  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Min     | 0,00        | -0,08 | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |

Tab. 4.26: Porovnání srovnávacích hodnot a modelu s plošnými prvky ZS1, RFEM

| Uzel č. | Posuny [mm] |       |       | Pootočení [rad] |             |             |
|---------|-------------|-------|-------|-----------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$       | $u_y$ | $u_z$ | $\varphi_x$     | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | 0,07        | -0,04 | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 2       | 0,07        | 0,03  | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 3       | 0,06        | -0,04 | -0,02 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 4       | 0,05        | 0,00  | -0,02 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 5       | 0,05        | 0,01  | -0,03 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 6       | 0,06        | 0,04  | -0,03 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 7       | 0,05        | -0,02 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 8       | 0,04        | 0,02  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 9       | 0,05        | -0,01 | -0,02 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 10      | 0,10        | 0,02  | -0,02 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 11      | 0,10        | -0,01 | -0,02 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 12      | 0,06        | 0,02  | -0,02 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 13      | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 14      | 0,00        | 0,00  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 15      | 0,05        | 0,06  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 16      | 0,17        | 0,07  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 17      | 0,18        | -0,05 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 18      | 0,05        | -0,05 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Max     | 0,18        | 0,07  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Min     | 0,00        | -0,05 | -0,03 | 0,00            | 0,00        | 0,00        |

Tab. 4.27: Porovnání srovnávacích hodnot a modelu s plošnými prvky ZS1, Absolutní chyba

| Uzel č. | Posuny [%] |         |        | Pootočení [%] |             |             |
|---------|------------|---------|--------|---------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$      | $u_y$   | $u_z$  | $\varphi_x$   | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | 105,65     | -300,11 | 67,79  | -             | -           | 65,99       |
| 2       | 108,31     | -274,02 | 57,95  | -             | -           | 71,15       |
| 3       | 45,03      | 49,37   | 194,27 | 60,81         | -           | -           |
| 4       | 29,70      | 15,20   | 217,56 | -             | 72,38       | 73,80       |
| 5       | 29,48      | 203,42  | 246,86 | -             | 46,98       | 78,25       |
| 6       | 49,15      | 50,43   | 312,56 | 72,44         | -           | -           |
| 7       | 158,43     | -413,61 | 63,69  | -             | 31,80       | -17,92      |
| 8       | 147,19     | -393,54 | 46,51  | -             | 44,00       | -16,10      |
| 9       | 39,53      | 48,58   | 232,07 | 106,67        | -           | -           |
| 10      | 43,81      | 120,39  | 237,16 | 25,63         | 99,80       | -           |
| 11      | 43,41      | 55,83   | 259,71 | 30,26         | 98,71       | -           |
| 12      | 42,74      | 50,94   | 302,79 | 120,55        | -           | -           |
| 13      | -          | -       | -      | -             | -           | -37,11      |
| 14      | -          | -       | -      | -             | -           | -37,37      |
| 15      | 33,91      | 264,45  | -      | 250,43        | -           | -49,05      |
| 16      | 67,52      | 156,69  | -      | -             | 174,61      | -           |
| 17      | 68,36      | 124,19  | -      | -             | 210,62      | -           |
| 18      | 36,70      | 238,77  | -      | 211,09        | -           | -47,06      |
| Max     | 158,43     | 264,45  | 312,56 | 250,43        | 210,62      | 78,25       |
| Min     | 29,48      | -413,61 | 46,51  | 25,63         | 31,80       | -49,05      |

Tab. 4.28: Porovnání srovnávacích hodnot a modelu s plošnými prvky ZS1, Relativní chyba

Z výsledků je možné usuzovat, že pro model s plošnými prvky vyšly hodnoty méně přesné oproti prutovému modelu. Ale na druhou stranu vyšly na stranu bezpečnou.

Chyba zde může být způsobená jinak zvolenými prvky. Na modelu s plošnými prvky jsou použity trojúhelníkové prvky, kdežto na srovnávacím modelu jsou zvoleny prvky čtvercové. Již dříve bylo zmíněno (v části 3.1.1), že se trojúhelníkové prvky pro jejich nepřesnost nepoužívají.

Další odlišností, která způsobuje nepřesnosti, je hustota prvků. Na modelu s plošnými prvky je použito pouze 24 prvků, kdežto na srovnávacím modelu jich je 384.

#### 4.3.4 Model s plošnými prvky, druhý zatěžovací stav

Nakonec je provedeno porovnání modelu s plošnými prvky a druhým zatěžovacím stavem se srovnávacím modelem. V tabulce 4.29 jsou zobrazeny výsledné hodnoty

deformace z poloručního výpočtu. V tabulce 4.30 jsou uvedeny hodnoty z programu RFEM. Poslední tabulky, tabulky 4.31 a 4.32, obsahují absolutní a relativní chyby ze srovnání obou modelů.

| Uzel č. | Posuny [mm] |         |       | Pootočení [rad] |             |             |
|---------|-------------|---------|-------|-----------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$       | $u_y$   | $u_z$ | $\varphi_x$     | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | 0,18        | 0,02    | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,91        |
| 2       | 0,18        | -0,02   | -0,01 | 0,00            | 0,00        | -0,91       |
| 3       | 329,36      | -569,90 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 4       | 658,57      | 0,08    | -0,05 | 0,00            | 0,00        | 0,91        |
| 5       | 658,56      | -0,04   | -0,06 | 0,00            | 0,00        | -0,91       |
| 6       | 329,36      | 569,91  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 7       | 0,11        | 0,01    | -0,01 | 0,00            | 0,00        | 0,91        |
| 8       | 0,11        | -0,01   | -0,01 | 0,00            | 0,00        | -0,91       |
| 9       | 329,38      | -569,89 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 10      | 658,41      | 0,01    | -0,02 | 0,00            | 0,00        | 0,91        |
| 11      | 658,40      | 0,02    | -0,02 | 0,00            | 0,00        | -0,91       |
| 12      | 329,39      | 569,91  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 13      | 0,00        | 0,00    | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,91        |
| 14      | 0,00        | 0,00    | 0,00  | 0,00            | 0,00        | -0,91       |
| 15      | 329,41      | -569,89 | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| 16      | 658,33      | -0,01   | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,91        |
| 17      | 658,32      | 0,04    | 0,00  | 0,00            | 0,00        | -0,91       |
| 18      | 329,41      | 569,90  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,00        |
| Max     | 658,57      | 569,91  | 0,00  | 0,00            | 0,00        | 0,91        |
| Min     | 0,00        | -569,90 | -0,06 | 0,00            | 0,00        | -0,91       |

Tab. 4.29: Porovnání srovnávacích hodnot a modelu s plošnými prvky ZS2, MATLAB

| Uzel č. | Posuny [mm] |          |       | Pootočení [rad] |             |             |
|---------|-------------|----------|-------|-----------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$       | $u_y$    | $u_z$ | $\varphi_x$     | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | 125,36      | 127,68   | -0,95 | -0,10           | 0,08        | 0,92        |
| 2       | 125,42      | -127,67  | -0,95 | 0,10            | 0,08        | -0,92       |
| 3       | 859,79      | -1225,00 | 0,23  | 0,01            | 0,00        | -0,18       |
| 4       | 1735,00     | -123,98  | -0,56 | -0,08           | 0,13        | 1,12        |
| 5       | 1734,00     | 121,63   | -0,56 | 0,08            | 0,13        | -1,12       |
| 6       | 858,88      | 1224,00  | 0,23  | -0,01           | 0,00        | 0,18        |
| 7       | 73,44       | 70,15    | -0,69 | -0,12           | 0,11        | 0,74        |
| 8       | 73,47       | -70,14   | -0,69 | 0,12            | 0,11        | -0,74       |
| 9       | 862,16      | -1240,00 | 0,12  | -0,03           | 0,00        | -0,12       |
| 10      | 1702,00     | -142,84  | -0,19 | -0,03           | 0,05        | 1,12        |
| 11      | 1702,00     | 140,48   | -0,19 | 0,03            | 0,05        | -1,12       |
| 12      | 861,25      | 1238,00  | 0,12  | 0,03            | 0,00        | 0,12        |
| 13      | 0,00        | 0,00     | 0,00  | -0,21           | 0,27        | 0,55        |
| 14      | 0,00        | 0,00     | 0,00  | 0,21            | 0,27        | -0,55       |
| 15      | 864,54      | -1259,00 | 0,00  | -0,09           | 0,00        | -0,07       |
| 16      | 1681,00     | -155,21  | 0,00  | -0,01           | 0,02        | 1,12        |
| 17      | 1681,00     | 152,84   | 0,00  | 0,01            | 0,02        | -1,12       |
| 18      | 863,61      | 1258,00  | 0,00  | 0,09            | 0,00        | 0,06        |
| Max     | 1735,00     | 1258,00  | 0,23  | 0,21            | 0,27        | 1,12        |
| Min     | 0,00        | -1259,00 | -0,95 | -0,21           | 0,00        | -1,12       |

Tab. 4.30: Porovnání srovnávacích hodnot a modelu s plošnými prvky ZS2, RFEM

| Uzel č. | Posuny [mm] |         |       | Pootočení [rad] |             |             |
|---------|-------------|---------|-------|-----------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$       | $u_y$   | $u_z$ | $\varphi_x$     | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | -125,18     | -127,66 | 0,93  | 0,10            | -0,08       | -0,01       |
| 2       | -125,24     | 127,65  | 0,93  | -0,10           | -0,08       | 0,01        |
| 3       | -530,43     | 655,10  | -0,23 | -0,01           | 0,00        | 0,18        |
| 4       | -1076,43    | 124,05  | 0,50  | 0,08            | -0,13       | -0,21       |
| 5       | -1075,44    | -121,67 | 0,50  | -0,08           | -0,13       | 0,21        |
| 6       | -529,52     | -654,09 | -0,23 | 0,01            | 0,00        | -0,18       |
| 7       | -73,33      | -70,13  | 0,68  | 0,12            | -0,11       | 0,17        |
| 8       | -73,36      | 70,13   | 0,68  | -0,12           | -0,11       | -0,17       |
| 9       | -532,78     | 670,11  | -0,13 | 0,03            | 0,00        | 0,12        |
| 10      | -1043,59    | 142,85  | 0,17  | 0,03            | -0,05       | -0,21       |
| 11      | -1043,60    | -140,46 | 0,17  | -0,03           | -0,05       | 0,21        |
| 12      | -531,86     | -668,09 | -0,12 | -0,03           | 0,00        | -0,12       |
| 13      | 0,00        | 0,00    | 0,00  | 0,21            | -0,27       | 0,36        |
| 14      | 0,00        | 0,00    | 0,00  | -0,21           | -0,27       | -0,36       |
| 15      | -535,13     | 689,11  | 0,00  | 0,09            | 0,00        | 0,07        |
| 16      | -1022,67    | 155,19  | 0,00  | 0,01            | -0,02       | -0,21       |
| 17      | -1022,68    | -152,80 | 0,00  | -0,01           | -0,02       | 0,21        |
| 18      | -534,20     | -688,10 | 0,00  | -0,09           | 0,00        | -0,06       |
| Max     | 0,00        | 689,11  | 0,93  | 0,21            | 0,00        | 0,36        |
| Min     | -1076,43    | -688,10 | -0,23 | -0,21           | -0,27       | -0,36       |

Tab. 4.31: Porovnání srovnávacích hodnot a modelu s plošnými prvky ZS2, Absolutní chyba



| Uzel č. | Posuny [%] |         |         | Pootočení [%] |             |             |
|---------|------------|---------|---------|---------------|-------------|-------------|
|         | $u_x$      | $u_y$   | $u_z$   | $\varphi_x$   | $\varphi_y$ | $\varphi_z$ |
| 1       | -99,86     | -99,98  | -98,65  | -100,00       | -99,83      | -0,96       |
| 2       | -99,85     | -99,98  | -98,56  | -100,00       | -99,80      | -1,00       |
| 3       | -61,69     | -53,48  | -100,17 | -99,32        | -97,98      | -100,01     |
| 4       | -62,04     | -100,06 | -90,27  | -99,79        | -99,68      | -19,10      |
| 5       | -62,02     | -100,04 | -89,53  | -99,71        | -99,67      | -19,13      |
| 6       | -61,65     | -53,44  | -99,20  | -99,68        | -97,55      | -100,00     |
| 7       | -99,85     | -99,98  | -99,06  | -99,98        | -99,82      | 23,22       |
| 8       | -99,85     | -99,98  | -98,77  | -99,97        | -99,81      | 23,15       |
| 9       | -61,80     | -54,04  | -100,78 | -100,10       | -97,49      | -99,96      |
| 10      | -61,32     | -100,01 | -87,80  | -99,66        | -99,44      | -18,84      |
| 11      | -61,32     | -99,99  | -87,72  | -99,61        | -99,42      | -18,87      |
| 12      | -61,75     | -53,97  | -99,56  | -100,03       | -97,59      | -99,95      |
| 13      | -          | -       | -       | -99,98        | -99,90      | 64,79       |
| 14      | -          | -       | -       | -99,97        | -99,91      | 64,67       |
| 15      | -61,90     | -54,73  | -       | -100,01       | -97,49      | -99,86      |
| 16      | -60,84     | -99,99  | -       | -99,76        | -99,35      | -19,05      |
| 17      | -60,84     | -99,97  | -       | -99,79        | -99,28      | -19,08      |
| 18      | -61,86     | -54,70  | -       | -99,94        | -98,07      | -99,85      |
| Max     | -60,84     | -53,44  | -87,72  | -99,32        | -97,49      | 64,79       |
| Min     | -99,86     | -100,06 | -100,78 | -100,10       | -99,91      | -100,01     |

Tab. 4.32: Porovnání srovnávacích hodnot a modelu s plošnými prvky ZS2, Relativní chyba

Ve výsledcích je možné vidět, že u tohoto modelu vyšly relativní chyby mnohem větší než u prutového modelu. A oproti prvnímu zatěžovacímu stavu na modelu s plošnými prvky, vyšly zde hodnoty na stranu nebezpečnou.

Rozdíly mohou být způsobeny s největší pravděpodobností použitím jiných prvků a jiné hustoty sítě, stejně jako u předešlého zatěžovacího stavu.

## 4.4 Zhodnocení výsledků

V předešlých částech byly uvedeny výsledné hodnoty jednotlivých výpočtů pro oba zatěžovací stavy a porovnání se srovnávacím modelem.

Z výsledků vyplývá, že se podařilo vytvořit dva funkční algoritmy ke statické analýze konstrukce. Pro prutový model byly výsledné hodnoty přesnější oproti mo-

delu s plošnými prvky jak u idealizovaného modelu pro tuto metodu tak u modelu srovnávacího. Hodnoty absolutních chyb se pohybovaly v desetinách milimetrů, relativní hodnoty se vyšplhaly do desítek procent. Vysoké hodnoty relativních chyb jsou způsobeny hodnotami deformací, které se pohybují kolem nuly.

Chyby u prutového modelu mohly být způsobeny přílišným zjednodušením konstrukce, rozdílnými metodami výpočtu konstrukce (poloruční výpočet byl počítán deformační metodou, RFEM používá metodu konečných prvků a prutové prvky) a rozdílným způsobem řešení soustavy rovnic.

U modelu s plošnými prvky dochází k velkým rozdílům mezi danými zatěžovacími stavy. První zatěžovací stav pro tento model vychází lépe než u prutového modelu, absolutní chyby jsou zde v setinách milimetru a relativní se pohybují kolem 10 %. U druhého zatěžovací stavu dochází naopak k absolutním chybám v jednotkách milimetrů, které jsou největší v první fázi porovnávání. Chyby zde mohly vzniknout nejspíše rozdílnými způsoby výpočtu soustavy rovnic.

Při porovnávání se srovnávacím modelem se zjistilo, že první zatěžovací stav vychází pro oba modely relativně dobře. Absolutní hodnoty pro oba modely se pohybují v desetinách milimetru. U druhého zatěžovacího stavu však narostly absolutní chyby do řádu stovek milimetrů a relativní chyby se pohybují většinou do 100 % u obou modelů.

## 5 Závěr

Tato práce se věnovala statické analýze válcové nádrže a jejím cílem bylo vytvořit výpočtové algoritmy pro různé modely této konstrukce a následné srovnání použitých metod. Pro výpočet byly stanoveny dva modely - prutový model a model plošnými prvky.

Aby mohl být prováděn výpočet, bylo nejdříve nutné uvést, jak daná konstrukce vypadá a jakým způsobem je zatížena. To bylo provedeno v kapitole 1 Zadání konstrukce. Zde byl definován nejen tvar konstrukce, ale také její materiál a jeho charakteristiky.

Další kapitola se věnovala prvním, prutovému modelu. Prutový model byl řešen pomocí deformační metody. Její princip byl uveden v části 2.1 a v části 2.2 byl uveden postup výpočtu pomocí této metody. Další část (2.3) se zabývala samotným tvarem a zatížením prutového modelu.

Poslední část této kapitoly se věnovala samotné analýze prutového modelu. Nejdříve byla provedena analýza prutu (2.4.1), kde se řešila lokální matice tuhosti  $\mathbf{k}^*$ , lokální vektor parametrů deformace  $\mathbf{r}^*$  a lokální zatěžovací vektor  $\mathbf{F}^*$ .

Poté byla představena transformace do globálního souřadnicového systému (2.4.2) a analýza prutové soustavy 2.4.3. Při analýze prutové soustavy byla sestavena globální matice tuhosti celé konstrukce  $\mathbf{K}$  a zatěžovací vektor soustavy  $\mathbf{F}$ .

V částech 2.4.4 a 2.4.5 byl nejprve nastíněn způsob řešení soustavy rovnic a následně bylo řečeno, jakým způsobem se zpětně získávají koncové a vnitřní síly na jednotlivých prutech.

Kapitola Model s plošnými prvky (3) se zabývala druhým modelem. Tento model byl řešen pomocí metody konečných prvků. Princip této metody byl vysvětlen v části 3.1 a v části 3.1.1 byly představeny prvky, které se pro tuto metodu obecně používají. Následovala kapitola 3.2, ve které byl opět předveden postup výpočtu, tentokrát pro model s plošnými prvky.

Aby bylo možné provádět statickou analýzu, bylo nutné i pro tento model vytvořit výpočtový model konstrukce. Ten byl uveden v části 3.3, zde bylo také představeno idealizované zatížení pro tento model.

Postup výpočtu pomocí metody konečných prvků se v podstatě neliší od postupu při výpočtu pomocí deformační metody. Proto se část 3.4 (Analýza modelu s plošnými prvky) dělí na stejné části jako část 2.4 (Analýza prutové soustavy). Nejdříve tedy byla provedena analýza prvku (3.4.1), a poté transformace do globálního souřadnicového systému (3.4.2). Následovala část Analýza konstrukce (3.4.3), kde byla sestavena globální matice tuhosti  $\mathbf{K}$  pro model s plošnými prvky, stejně tak globální vektor parametrů deformace  $\mathbf{r}$  a globální zatěžovací vektor  $\mathbf{F}$ . V poslední části této kapitoly (3.4.4) byl nastíněn způsob výpočtu tenzoru napětí na prvku.

V poslední kapitole s názvem Výsledky a porovnání jednotlivých modelů (4) byly nejdříve zobrazeny výsledné deformace pro prutový model (část 4.1) a dále pro model s plošnými prvky v části 4.2. Následovala kapitola 4.3, ve které se porovnávaly výsledky z jednotlivých metod vůči deformacím na srovnávacím modelu. Na závěr této kapitoly byla umístěna část 4.4 s názvem Zhodnocení výsledků, ve které byly shrnuty výsledky z předcházejících částí.

Výsledkem této práce jsou dva funkční algoritmy, které mi pomohly s pochopením výpočtů, které běžně probíhají na pozadí softwarového modelování konstrukcí.

# Literatura

- [1] BROŽOVSKÝ, Jiří a Alois MATERNA. *Metoda konečných prvků ve stavební mechanice*. *mi21.vsb.cz* [online]. 2012 [cited 2019-05-09]. Available from [http://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/metoda\\_konecných\\_prvku\\_stavebni\\_mechanika.pdf](http://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/metoda_konecných_prvku_stavebni_mechanika.pdf).
- [2] ČERMÁK, Libor. Algoritmy metody konečných prvků. Brno: PC-DIR Real, 2000. Učební texty vysokých škol. ISBN 80-214-1697-1.
- [3] GRATZA, Roman. *Stavební mechanika* [přednáška]. Brno, VUT Brno FAST.
- [4] HRADIL, Petr. *Stavební mechanika* [přednáška]. Brno, VUT Brno FAST.
- [5] KADLČÁK, Jaroslav a Jiří KYTÝR. *Statika stavebních konstrukcí II*. 2. vyd. Brno: VUTUM, 2004. Učebnice. ISBN 80-214-2631-4.
- [6] SCHNEIDER, Petr a Josef VYKUTIL. *Aplikovaná metoda konečných prvků: lineární elastická analýza rotačních skořepinových konstrukcí*. Brno: PC-DIR, 1997. Učební texty vysokých škol. ISBN 80-214-0961-4.
- [7] TEPLÝ, Břetislav a Svatopluk ŠMÍŘÁK. *Pružnost a plasticita II*. Brno: Vysoké učení technické, 1993. Učební texty vysokých škol. ISBN 80-214-0498-1.
- [8] ŽENÍŠEK, Alexander. Matematické základy metody konečných prvků. Brno: PC-DIR, 1997. Učební texty vysokých škol. ISBN 80-214-0966-5.
- [9] Skladovací válcová sila. *www.baest.cz* [online]. [cited 2019-05-02]. Available from <http://www.baest.cz/produkty/sila-nasypky-a-zasobniky-4/skladovaci-valcova-sila-26> .
- [10] Tank, Silo, and Shell Modeling in RFEM. *www.dlubal.com* [online]. 2017 [cited 2019-04-30]. Available from <https://www.dlubal.com/en-US/support-and-learning/learning/webinars/000137>.

# Seznam obrázků

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 1.1 | Pohled na celou konstrukci . . . . .                                       | 11 |
| 1.2 | Neidealizované zatížení na konstrukci . . . . .                            | 12 |
| 2.1 | Geometrické uspořádání prutového modelu . . . . .                          | 16 |
| 2.2 | Výpočtový model pro prutový model, MATLAB . . . . .                        | 16 |
| 2.3 | Výpočtový model pro prutový model, RFEM . . . . .                          | 17 |
| 2.4 | Idealizace plošného zatížení pro prutový model, ZS1 DM . . . . .           | 18 |
| 2.5 | Druhý zatěžovací stav - silové zatížení, ZS2 DM . . . . .                  | 18 |
| 3.1 | Geometrické uspořádání modelu s plošnými prvky . . . . .                   | 27 |
| 3.2 | Výpočtový model pro model s plošnými prvky, MATLAB . . . . .               | 28 |
| 3.3 | Výpočtový model pro model s plošnými prvky, RFEM . . . . .                 | 28 |
| 3.4 | Idealizace plošného zatížení pro model s plošnými prvky, ZS1 MKP . . . . . | 29 |
| 3.5 | Druhý zatěžovací stav - silové zatížení, ZS2 MKP . . . . .                 | 30 |
| 4.1 | Deformovaná konstrukce prutového modelu ZS1, MATLAB . . . . .              | 36 |
| 4.2 | Deformovaná konstrukce prutového modelu ZS1, RFEM . . . . .                | 36 |
| 4.3 | Deformovaná konstrukce prutového modelu ZS2, MATLAB . . . . .              | 39 |
| 4.4 | Deformovaná konstrukce prutového modelu ZS2, RFEM . . . . .                | 40 |
| 4.5 | Deformovaná konstrukce modelu s plošnými prvky ZS1, MATLAB . . . . .       | 43 |
| 4.6 | Deformovaná konstrukce modelu s plošnými prvky ZS1, RFEM . . . . .         | 43 |
| 4.7 | Deformovaná konstrukce modelu s plošnými prvky ZS2, MATLAB . . . . .       | 48 |
| 4.8 | Deformovaná konstrukce modelu s plošnými prvky ZS2, RFEM . . . . .         | 48 |

# Seznam tabulek

|      |   |    |
|------|---|----|
| 4.1  | Výsledné deformace prutového modelu ZS1, MATLAB . . . . .                                   | 37 |
| 4.2  | Výsledné deformace prutového modelu ZS1, RFEM . . . . .                                     | 37 |
| 4.3  | Výsledné deformace prutového modelu ZS1, Absolutní chyba . . . . .                          | 38 |
| 4.4  | Výsledné deformace prutového modelu ZS1, Relativní chyba . . . . .                          | 38 |
| 4.5  | Výsledné deformace prutového modelu ZS2, MATLAB . . . . .                                   | 40 |
| 4.6  | Výsledné deformace prutového modelu ZS2, RFEM . . . . .                                     | 41 |
| 4.7  | Výsledné deformace prutového modelu ZS2, Absolutní chyba . . . . .                          | 41 |
| 4.8  | Výsledné deformace prutového modelu ZS2, Relativní chyba . . . . .                          | 42 |
| 4.9  | Výsledné deformace modelu s plošnými prvky ZS1, MATLAB . . . . .                            | 44 |
| 4.10 | Výsledné deformace modelu s plošnými prvky ZS1, RFEM . . . . .                              | 45 |
| 4.11 | Výsledné deformace modelu s plošnými prvky ZS1, Absolutní chyba . .                         | 46 |
| 4.12 | Výsledné deformace modelu s plošnými prvky ZS1, Relativní chyba . .                         | 47 |
| 4.13 | Výsledné deformace modelu s plošnými prvky ZS2, MATLAB . . . . .                            | 49 |
| 4.14 | Výsledné deformace modelu s plošnými prvky ZS2, RFEM . . . . .                              | 50 |
| 4.15 | Výsledné deformace modelu s plošnými prvky ZS2, Absolutní chyba . .                         | 51 |
| 4.16 | Výsledné deformace modelu s plošnými prvky ZS2, Relativní chyba . .                         | 52 |
| 4.17 | Porovnání srovnávacích hodnot a prutového modelu ZS1, MATLAB . .                            | 53 |
| 4.18 | Porovnání srovnávacích hodnot a prutového modelu ZS1, RFEM . . .                            | 54 |
| 4.19 | Porovnání srovnávacích hodnot a prutového modelu ZS1, Absolutní<br>chyba . . . . .          | 54 |
| 4.20 | Porovnání srovnávacích hodnot a prutového modelu ZS1, Relativní<br>chyba . . . . .          | 55 |
| 4.21 | Porovnání srovnávacích hodnot a prutového modelu ZS2, MATLAB . .                            | 56 |
| 4.22 | Porovnání srovnávacích hodnot a prutového modelu ZS2, RFEM . . .                            | 56 |
| 4.23 | Porovnání srovnávacích hodnot a prutového modelu ZS2, Absolutní<br>chyba . . . . .          | 57 |
| 4.24 | Porovnání srovnávacích hodnot a prutového modelu ZS2, Relativní<br>chyba . . . . .          | 57 |
| 4.25 | Porovnání srovnávacích hodnot a modelu s plošnými prvky ZS1, MATLAB                         | 58 |
| 4.26 | Porovnání srovnávacích hodnot a modelu s plošnými prvky ZS1, RFEM                           | 59 |
| 4.27 | Porovnání srovnávacích hodnot a modelu s plošnými prvky ZS1, Ab-<br>solutní chyba . . . . . | 60 |
| 4.28 | Porovnání srovnávacích hodnot a modelu s plošnými prvky ZS1, Re-<br>lativní chyba . . . . . | 61 |
| 4.29 | Porovnání srovnávacích hodnot a modelu s plošnými prvky ZS2, MATLAB                         | 62 |
| 4.30 | Porovnání srovnávacích hodnot a modelu s plošnými prvky ZS2, RFEM                           | 63 |

|   |    |
|---|----|
| 4.31 Porovnání srovnávacích hodnot a modelu s plošnými prvky ZS2, Absolutní chyba . . . . . | 64 |
| 4.32 Porovnání srovnávacích hodnot a modelu s plošnými prvky ZS2, Relativní chyba . . . . . | 65 |



## Seznam výpisů

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 2.1 | Transformační matice prutového modelu . . . . .  | 22 |
| 2.2 | Globální matice tuhosti prutového modelu . . . . .   | 22 |
| 2.3 | Okrajové podmínky prutového modelu . . . . .   | 23 |
| 2.4 | Submatice PXYZ . . . . .   | 23 |
| 3.1 | Transformační matice pro model s plošnými prvky . . . . .                                    | 32 |
| 3.2 | Globální matice tuhosti konstrukce pro model s plošnými prvky . . .                          | 32 |
| 3.3 | Algoritmus vytvoření globální matice tuhosti pro model s plošnými<br>prvky . . . . .         | 33 |
| 3.4 | Globální zatěžovací vektor pro první zatěžovací stav a model s ploš-<br>nými prvky . . . . . | 33 |

# Seznam příloh

A Obsah přiloženého CD

75

## A Obsah přiloženého CD

Poloruční výpočet byl sestaven v programu MATLAB od firmy MathWorks a statická analýza konstrukce pomocí softwaru byla prováděna v programu RFEM od společnosti Dlubal. Z toho důvodu vzniklo několik souborů.

První část se skládá ze dvou zdrojových kódů tvořících výpočet pro model s plošnými prvky. Další část je tvořena dvěma zdrojovými kódy k výpočtu na modelu s plošnými prvky. Poslední čtyři soubory obsahují jednotlivé modely (celkový, s plošnými prvky, prutový a srovnávací) tvořené v programu RFEM.

```
/ .....kořenový adresář přiloženého CD
├── Model_s_plosnymi_prvky .....adresář pro MATLAB, model s plošnými prvky
│   ├── mainMKP.m ..... hlavní zdrojový soubor pro model s plošnými prvky
│   └── vypoctynatransformaciMKP.m ..... funkce pro transformaci do GSS
├── Prutovy_model .....adresář pro MATLAB, prutový model
│   ├── mainDM.m ..... hlavní zdrojový soubor pro prutový model
│   └── vypoctynatransformaci.m ..... funkce pro transformaci do GSS
├── Celkovy_model_konstrukce.rf5 .....celkový model konstrukce, RFEM
├── Model_s_plosnymi_prvky.rf5 ..... model s plošnými prvky, RFEM
├── Prutovy_model.rf5 .....prutový model, RFEM
└── Srovnavaci_model.rf5 .....srovnávací model, RFEM
```